Kompakt csillagok állapotegyenlete

Barnaföldi Gergely Gábor, Jakovác Antal, **Pósfay Péter**

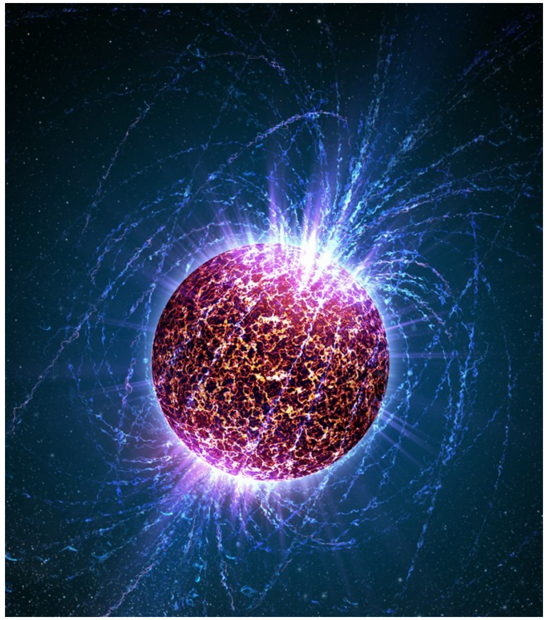
Támogatók: *NKFIH OTKA K120660, K123815, Wigner GPU Laboratórium*
PHAROS CA16214, THOR CA15213 COST

ELFT Részecskefizikai Iskola, Mátraháza, 2018. szeptember 5.

Tartalom

1. Rész: Kompakt csillagok kutatása

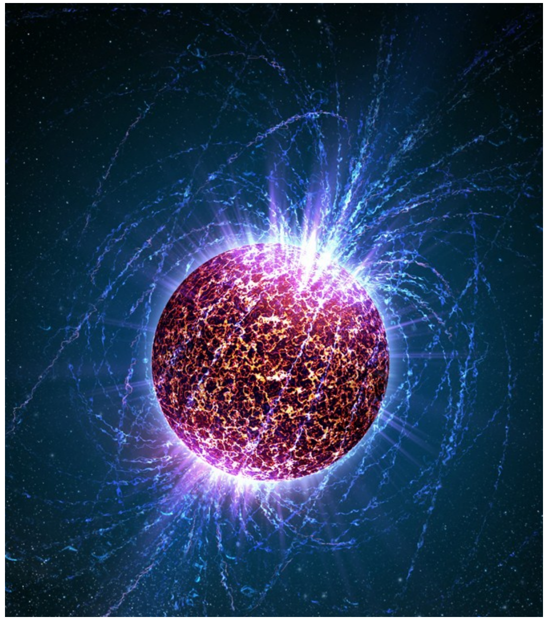
- Bevezető
  - Neturoncsillagok kialakulása, típusai
  - Mérföldkövek: rövid történeti áttekintés
- Kompakt csillagok elmélete
  - Kompakt csillagok megfigyelhető tulajdonságai
  - Az állapotegyenlet kapcsolata a tömeg-sugár diagrammal
- A szupersűrű maganyag kutatása
  - Neutroncsillag modellek
  - Az erősen kölcsönható anyag fázisszerkezete
- A kompakt csillag kutatás jövője



Tartalom

2. Rész: Saját kutatások

- Kompakt csillagok anyagának vizsgálata FRG módszerrel
  - Bevezető, rövid elméleti áttekintés
  - Kölcsönható fermion-gáz modell
  - Az állapotegyenlet hatása a megfigyelhető mennyiségekre
  - Vizsgálatok Walecke modelleben
- Kompakt csillagok vizsgálata Kaluza-Klein téridőben
  - Elméleti háttér, közelítések
  - Nem-kölcsönható és kölcsönható extra dimenziós modellek
  - Relevanciák, nem-Newtoni gravitációs modellek



1. Rész: Kompakt csillagok kutatása

Motiváció

Kezdetben valnának: tudományterületek

Gravitáció
- Numerikus gravitációs modellek
- Bespirálozó kettősök
- Fekete lyukak
- Gravitációs hullámok

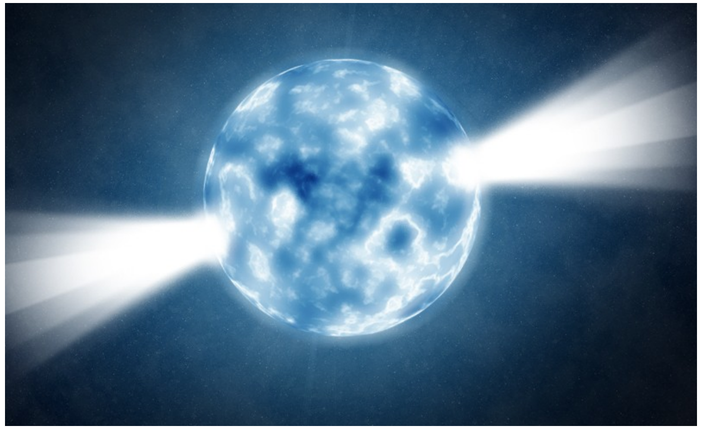
Asztrofizika
- Csillagfejlődés
- Elemek szintézis
- Rádiócsillagászat, pulzárok
- Röntgen/Gamma csillagászat
- Szupernovák

Magfizika
- Magmodellek
- Mag állapotegyenlet
- QCD anyag fázisai
- Kritikus pont keresése (BES)
- Nem-perturbatív modellek

...felfedezték a pulzárokat...

Gravitáció

- Numerikus gravitációs modellek
- Bespirálozó kettősök
- Fekete lyukak
- Gravitációs hullámok



Asztrofizika

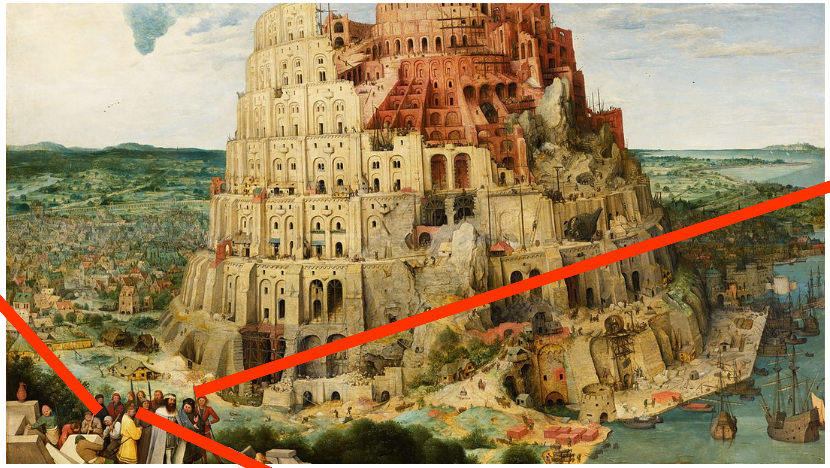
- Csillagfejlődés
- Elemek szintézis
- Rádiócsillagászat, pulzárok
- Röntgen/Gamma csillagászat
- Szupernovák

Magfizika

- Magmodellek
- Mag állapotegyenlet
- QCD anyag fázisai
- Kritikus pont keresése (BES)
- Nem-perturbatív modellek

Bábeli zűrzavar

Gravitáció
- Numerikus gravitációs modellek
- Bespirálozó kettősök
- Fekete lyukak
- Gravitációs hullámok

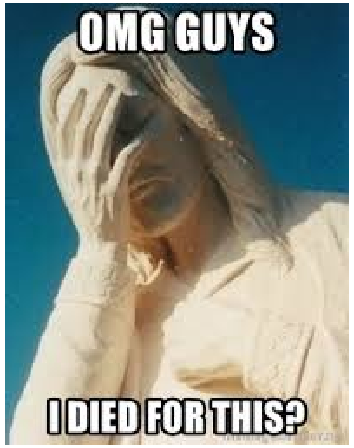


Asztrofizika
- Csillagfejlődés
- Elemek szintézis
- Rádiócsillagászat, pulzárok
- Röntgen/Gamma csillagászat
- Szupernovák

Magfizika
- Magmodellek
- Mag állapotegyenlet
- QCD anyag fázisai
- Kritikus pont keresése (BES)
- Nem-perturbatív modellek

Égi segítség...

Gravitáció
- Numerikus gravitációs modellek
- Bespirálozó kettősök
- Fekete lyukak
- Gravitációs hullámok



Asztrofizika
- Csillagfejlődés
- Elemek szintézis
- Rádiócsillagászat, pulzárok
- Röntgen/Gamma csillagászat
- Szupernovák

Magfizika
- Magmodellek
- Mag állapotegyenlet
- QCD anyag fázisai
- Kritikus pont keresése (BES)
- Nem-perturbatív modellek

Égi segítség...

ESF: 2009-2013, COST: 2013-2017

Gravitáció
- Numerikus gravitációs modellek
- Bespirálozó kettősök
- Fekete lyukak
- Gravitációs hullámok

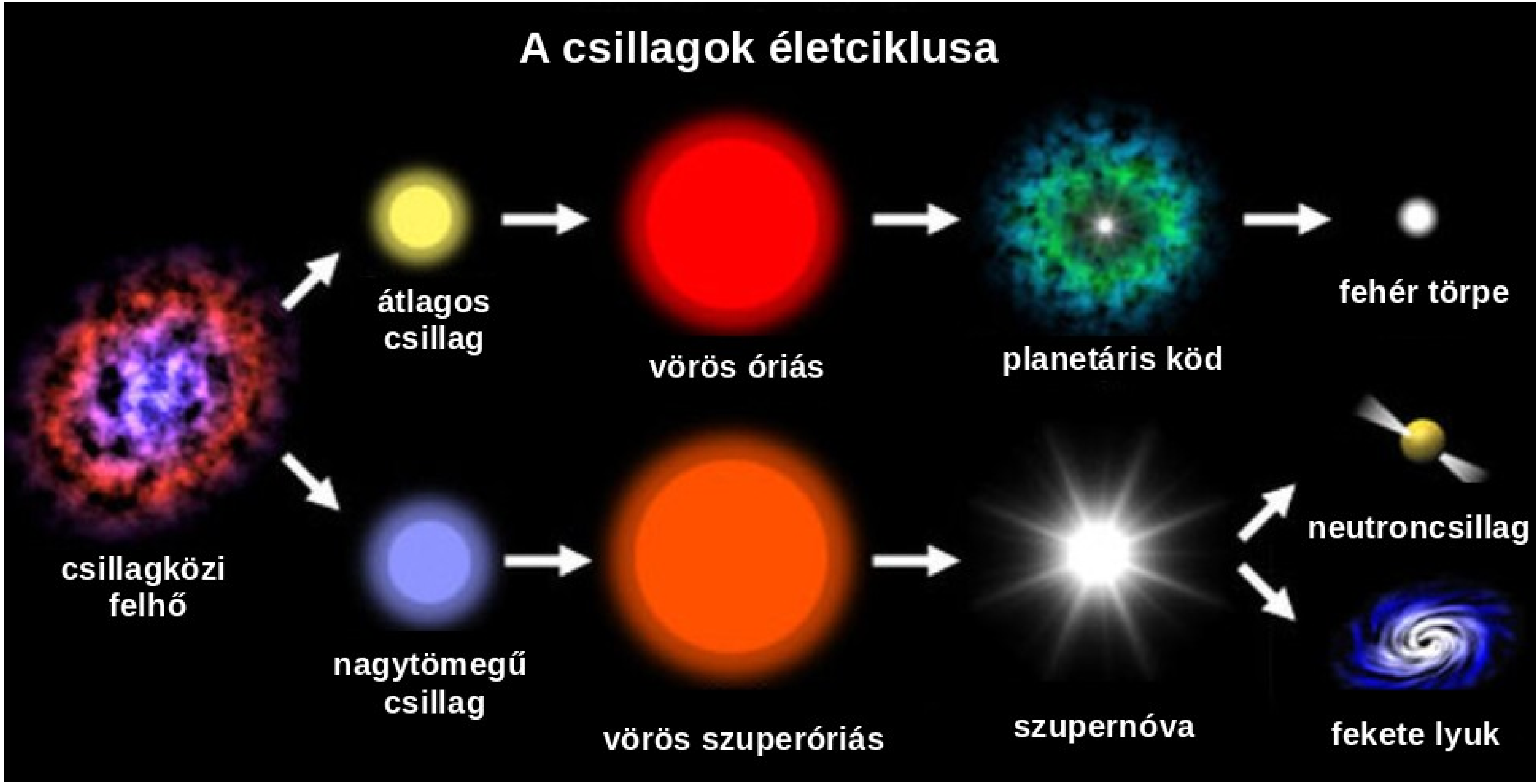
compstar

Asztrofizika
- Csillagfejlődés
- Elemek szintézis
- Rádiócsillagászat, pulzárok
- Röntgen/Gamma csillagászat
- Szupernovák

Magfizika
- Magmodellek
- Mag állapotegyenlet
- QCD anyag fázisai
- Kritikus pont keresése (BES)
- Nem-perturbatív modellek

Bevezető

Kompakt csillag: a csillagélet végállapota



A kompakt csillag „állatkert”

Kompakt csillagok: a csillagélet végállapotai

- Fehér törpe (WD): fősorozati csillag magja, C & O, és degenerált e^-
- Pulzárok/neutron csillagok (NS): magjuk maganyag (p^+,n,e^-)
- Magnetárok: nagy mágneses mezejű pulzárok
- Hibrid neutroncsillagok: magjukban szabad kvarkok vannak
- Furcsa/ritka csillagok (Strange Star): neutroncsillag szabad ritka kvarkokkal vagy ritkaság tartalmú barionokkal (pl. Λ, etc…).
- Hibrid csillagok: neutron csillag magjában szabad kvarkokkal
- Bozon-csillagok: neutron csilllag pion vagy kaon kondenzátummal
- Kvark csillagok: szabad kvarkokból álló csillag
- Preon csillag: (Standard model vagy SUSY részecskéket tartalmazó)
- DM csillag: sötét anyagot tartamazó neutron csillag
- Extra dimenziós csillagok, Q-csillagok, fekete lyukak stb…

Mérföldkövek: rövid történeti áttekintés

(1915) Einstein: általános relativitáselmélet

(1916) Schwarzschild megoldás

(1932) Chadwick: neutron felfedezése:

(1933) W. Baade & F. Zwicky & L.D. Landau: neutroncsillag koncepció

(1939) Tollman–Oppenheimer–Volkov megoldás degenerált femi gázra (p,n,e)

(1967) A. Hewish & J. Bell pulzárok felfedezése

(1974) A. Hewish & M. Ryle Nobel díj

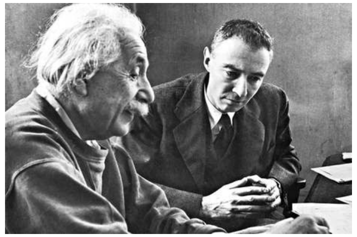
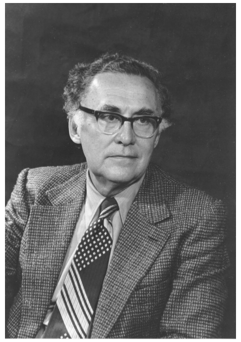
(1993) R.A. Hulse & J.H. Taylor Nobel díj (PSR1913+16)

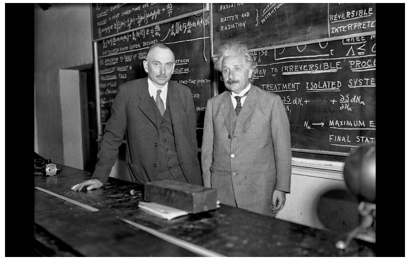
(1999) HST neutroncsillag vizuális megfigyelése

(2010) Demorest (PSR J1614-2230), van Kerkvijk (PSR B1957+20)

(2014) Gyémánt WD vagy NS (PSR J2222-0137)

(2017) NSNS (GW170817) LIGO/VIRGO megfigyelés, Au & Pt

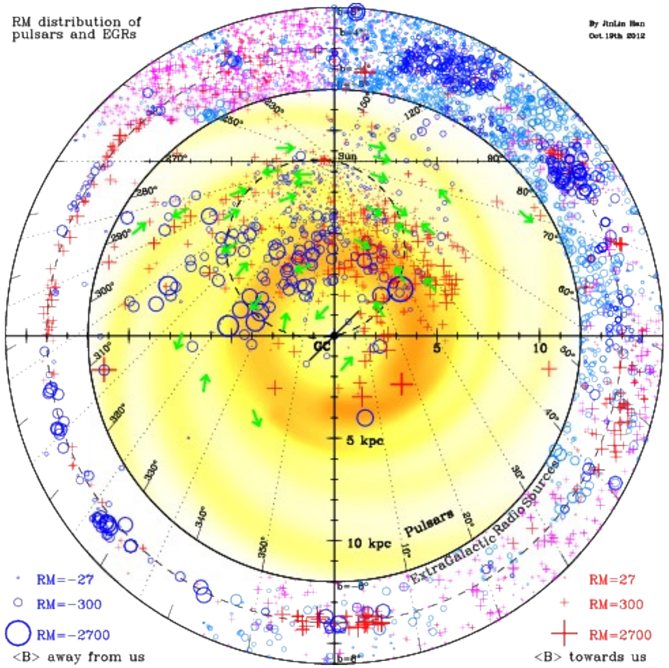


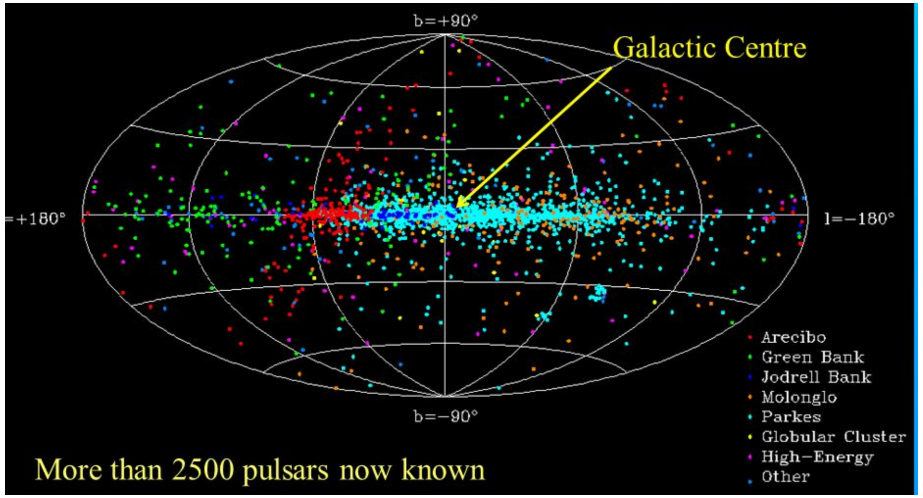
Kompakt csillagok elmélete

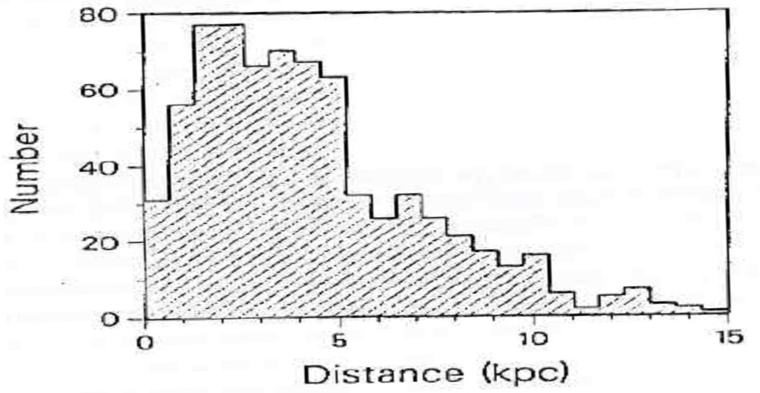
Pulzárok térbeli eloszlása

A Föld helyzetéből nézve

- a Galaxis sugarának 2/3 részénél
- az eloszlás korrelál a 10^{11} csillaggal
- becsülhetően 10^5 aktív pulzár van
- mintegy 2500 pulzár látszik
- elnyelődés a csillagközi anyagban

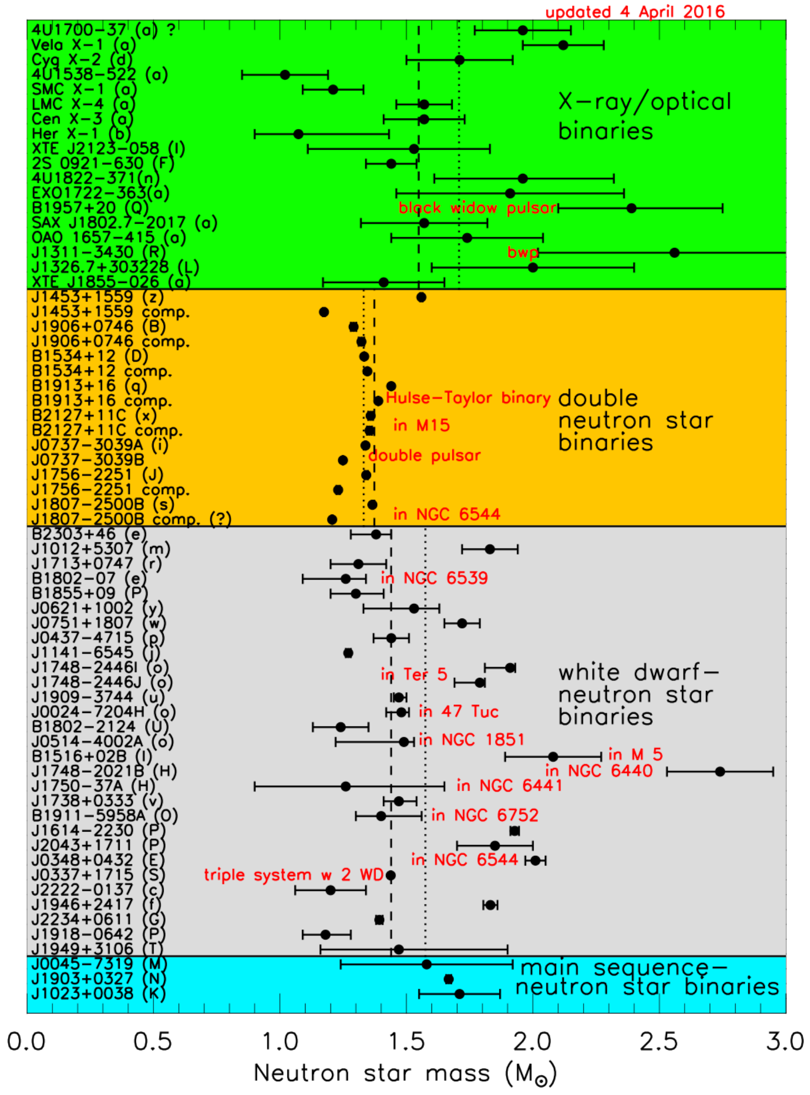






Megfigyelhető mennyiségek

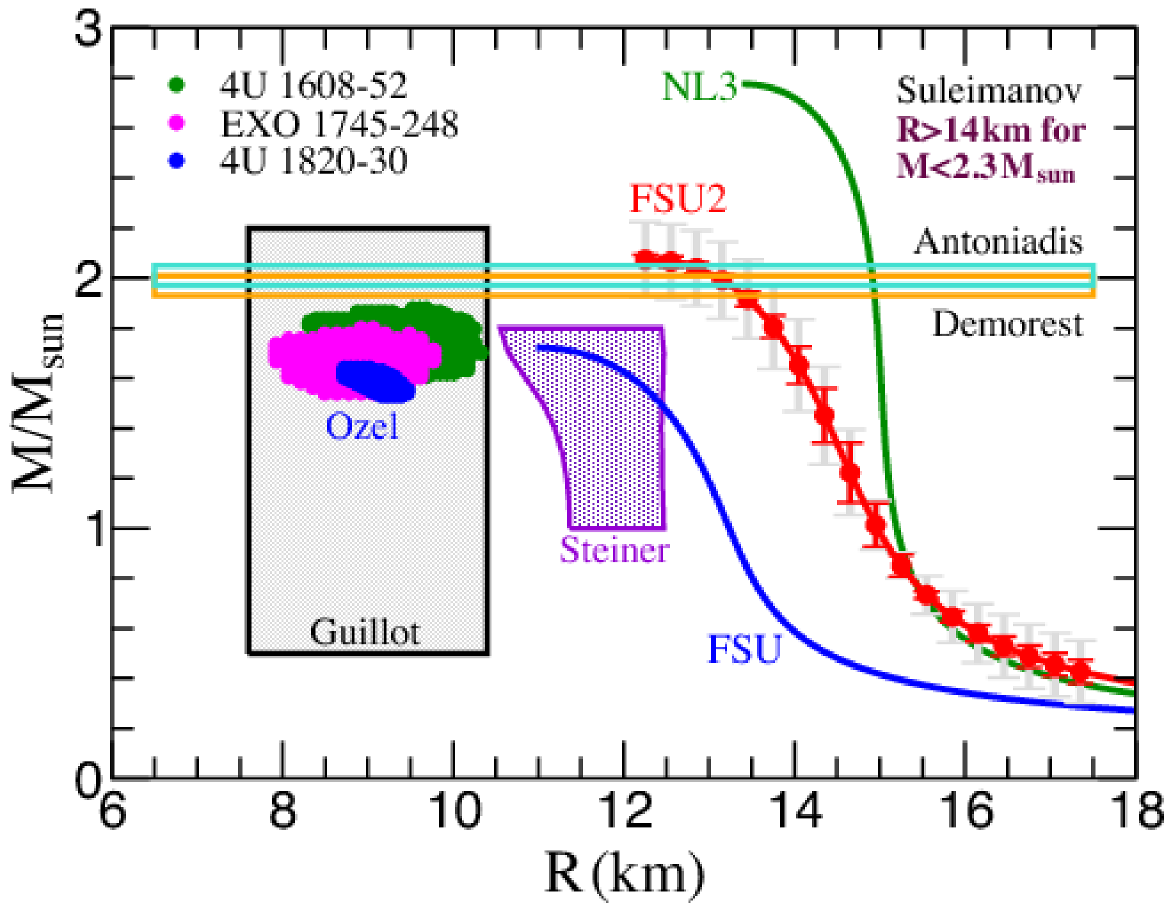
- Kompakt csillagok tömege
  - Tipikus tömeg ~ 1.4 M
  - Legnagyobb tömeg: ~ 2.0 – 2.4 M



Megfigyelhető mennyiségek

- Kompakt csillagok tömege
  - Tipikus tömeg ~ 1.4 M
  - Legnagyobb tömeg: ~ 2.0 – 2.4 M

- Kompakt csillag mérete
  - Sugár R ~ 10 km



Megfigyelhető mennyiségek

- Kompakt csillagok tömege
  - Tipikus tömeg ~ 1.4 M
  - Legnagyobb tömeg: ~ 2.0 – 2.4 M

- Kompakt csillag mérete
  - Sugár R ~ 10 km

- Erősen gravitáló objektum
  - Schwarzschild sugár ~ méret
  - Felszíni gyorsulás 2x10^{11} g

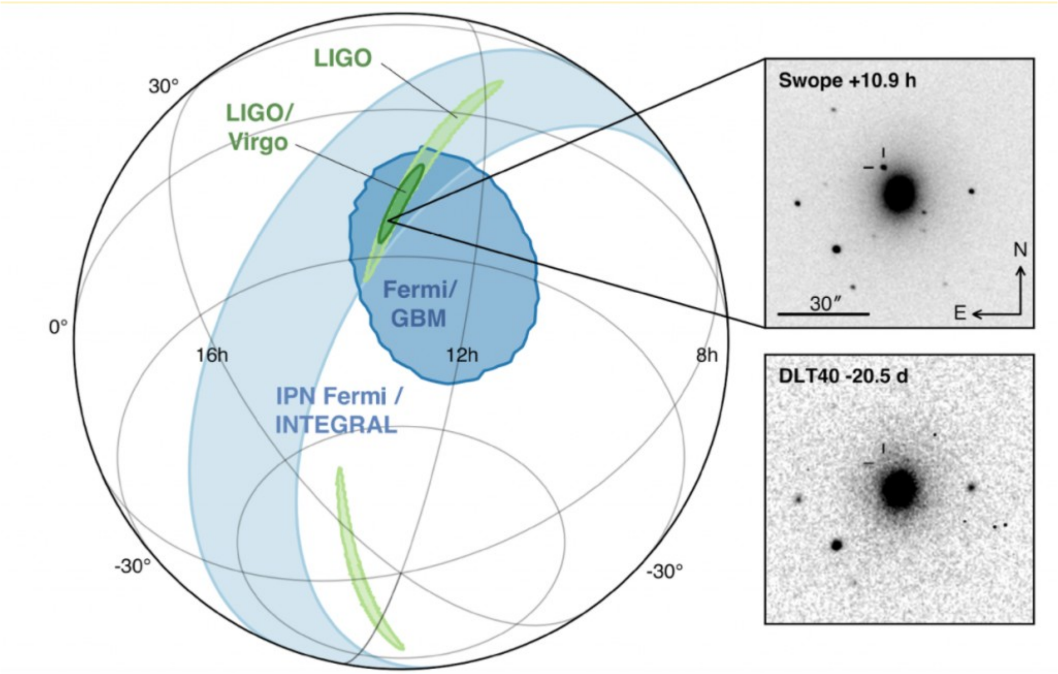
Name	$M/M_\odot$	R (km)	r_S (km)	$\bar{\rho}$ (g/cm^3)
N.s.	2	10	6	5×10^{14}
W.d.	1	5400	3	3×10^{6}
Sun	1	7×10^{5}	3	1.4
Jupiter	10^{-3}	7×10^{4}	3×10^{-3}	1.3
Earth	3×10^{-6}	6000	9×10^{-6}	5.5

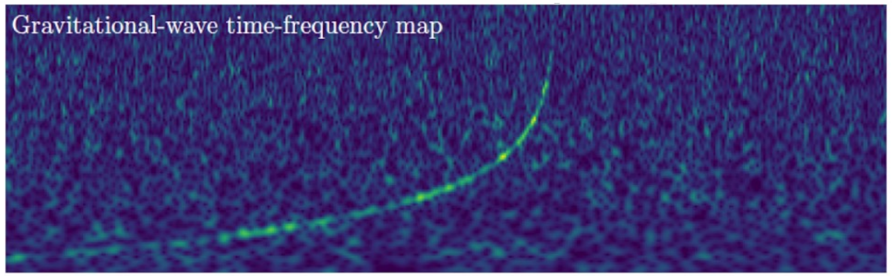
Megfigyelhető mennyiségek

- Kompakt csillagok tömege
  - Tipikus tömeg ~ 1.4 M
  - Legnagyobb tömeg: ~ 2.0 – 2.4 M

- Kompakt csillag mérete
  - Sugár R ~ 10 km

- Erősen gravitáló objektum
  - Schwarzschild sugár ~ méret
  - Felszíni gyorsulás 2x10^{11} g
  - Gravitációs hullámok (GW)





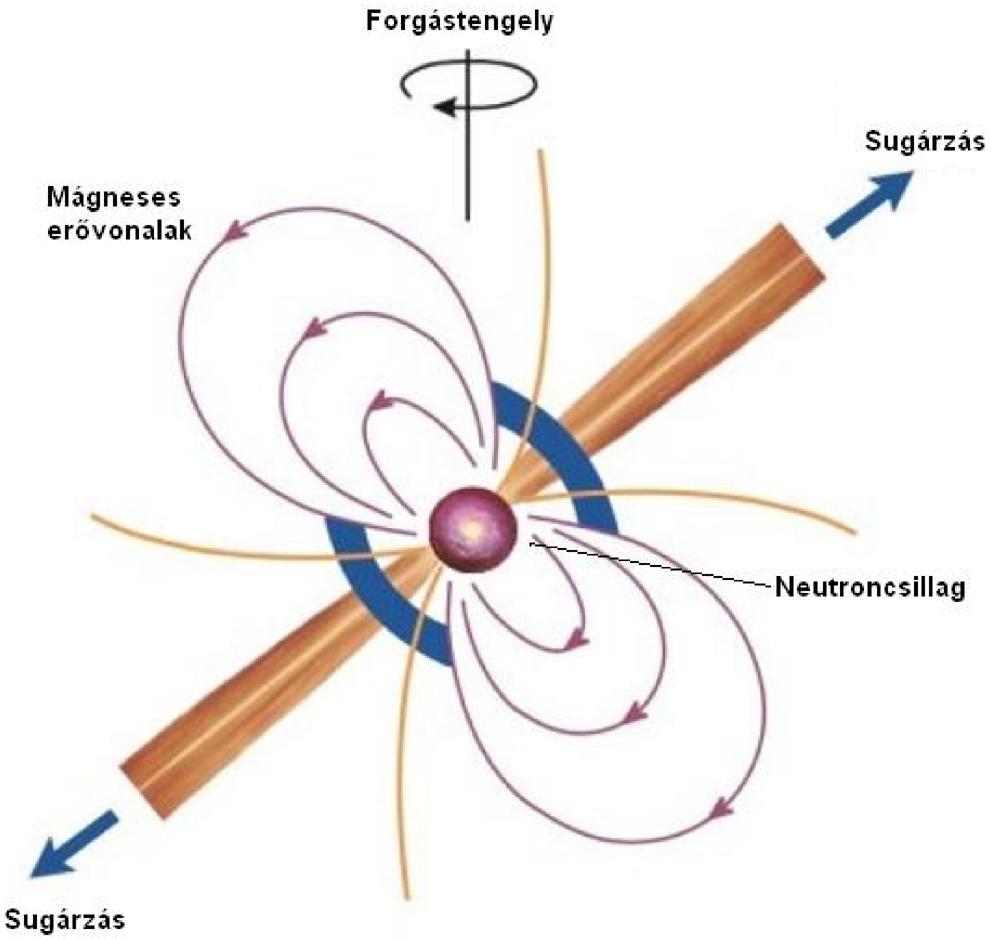
Megfigyelhető mennyiségek

- Kompakt csillagok tömege
  - Tipikus tömeg ~ 1.4 M
  - Legnagyobb tömeg: ~ 2.0 – 2.4 M

- Kompakt csillag mérete
  - Sugár R ~ 10 km

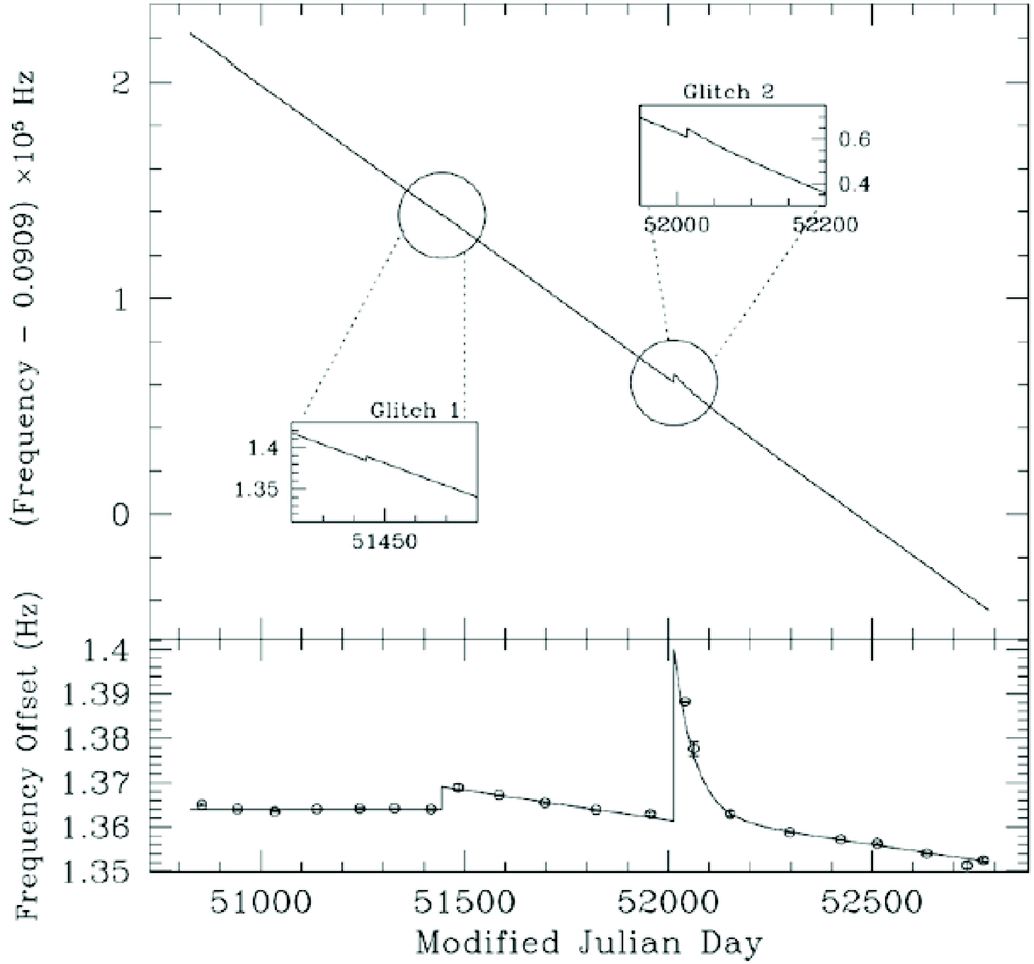
- Erősen gravitáló objektum
  - Schwarzschild sugár ~ méret
  - Felszíni gyorsulás 2×10^{11} g
  - Gravitációs hullámok (GW)

- Gyors forgás
  - Periódus 1s – 1ms, változása: glitch
  - Erős mágneses tér ~10^{8} - 10^{14} G



Megfigyelhető mennyiségek

- Kompakt csillagok tömege
  - Tipikus tömeg ~ 1.4 M
  - Legnagyobb tömeg: ~ 2.0 – 2.4 M
- Kompakt csillag mérete
  - Sugár R ~ 10 km
- Erősen gravitáló objektum
  - Schwarzschild sugár ~ méret
  - Felszíni gyorsulás 2x10^{11} g
  - Gravitációs hullámok (GW)
- Gyors forgás
  - Periódus 1s – 1ms, változása: glitch
  - Erős mágneses tér ~10^{8} - 10^{14} G



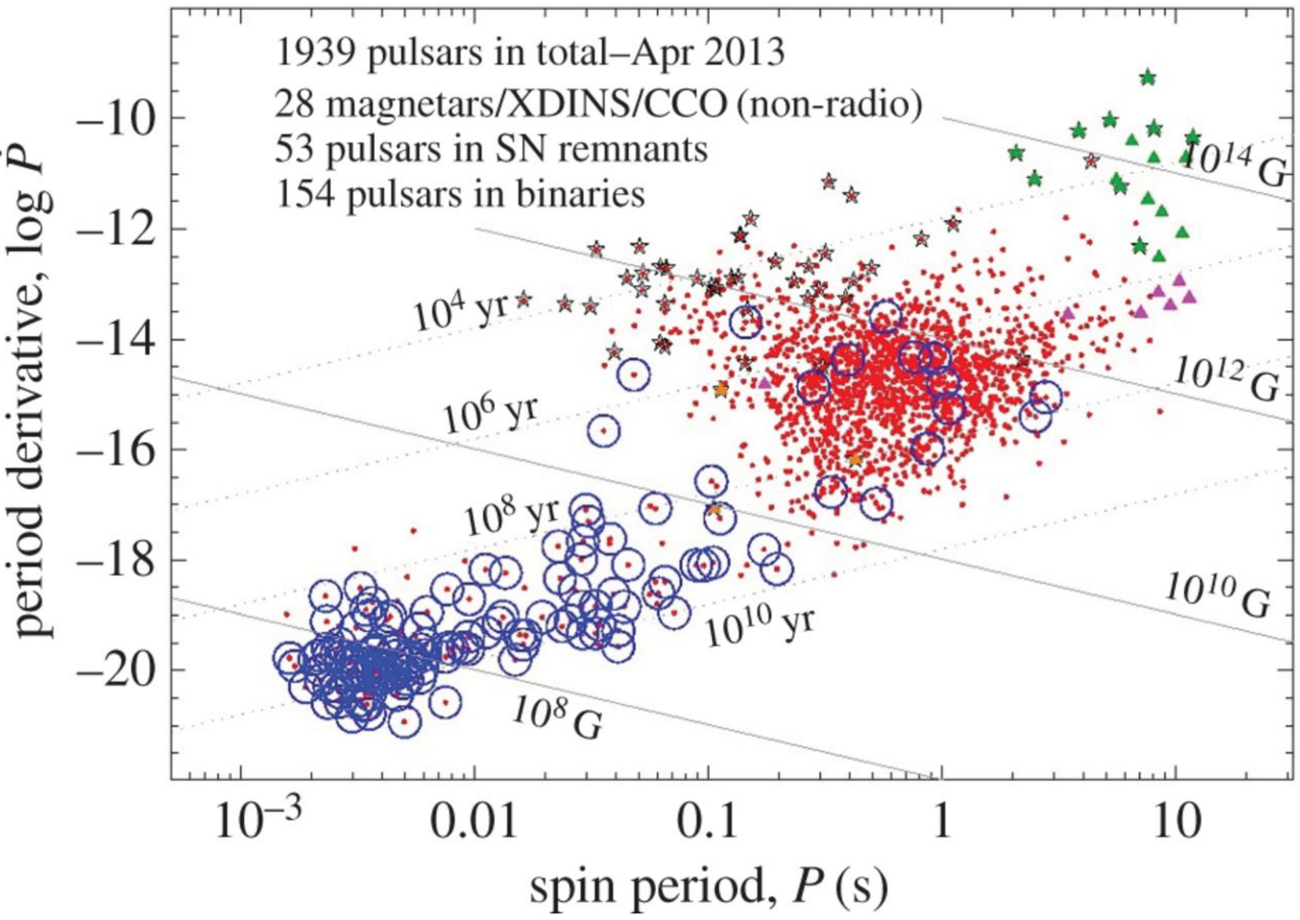
Megfigyelhető mennyiségek

- Kompakt csillagok tömege
  - Tipikus tömeg ~ 1.4 M
  - Legnagyobb tömeg: ~ 2.0 – 2.4 M

- Kompakt csillag mérete
  - Sugár R ~ 10 km

- Erősen gravitáló objektum
  - Schwarzschild sugár ~ méret
  - Felszíni gyorsulás 2×10^{11} g
  - Gravitációs hullámok (GW)

- Gyors forgás
  - Periódus 1s – 1ms, változása: glitch
  - Erős mágneses tér ~10^8 - 10^{14} G



Az Univerzum legnagyobb atommagjai

- Neutroncsillag tömege
  - Egy nukleon sugara: $r_0 \approx 0.5 \times 10^{-13}$ cm.
  - Nukelon tömeg:

$$m \approx 939 \text{ MeV} = 1.7 \times 10^{-24} \text{ g} = 1.2 \times 10^{-52} \text{ cm}.$$

  - Atommag térfogata és tömege:

$$R \approx r_0 A^{1/3}, \quad M \approx Am.$$

  - Schwarzschild sugárnál: $R = 2M,$

→ Neutroncsillag mérete:

$$A = 2.6 \times 10^{57},$$
$$R = r_0 A^{1/3} = 7 \text{ km},$$
$$M = R/2 = 3.5 \text{ km} = 2.3 M_\odot$$

Az Univerzum legnagyobb atommagjai

- Neutroncsillag tömege
  - Egy nukleon sugara: $r_0 \approx 0.5 \times 10^{-13}$ cm.
  - Nukelon tömeg:

$$m \approx 939 \text{ MeV} = 1.7 \times 10^{-24} \text{ g} = 1.2 \times 10^{-52} \text{ cm}.$$

  - Atommag térfogata és tömege:

$$R \approx r_0 A^{1/3}, \quad M \approx Am.$$

  - Schwarzschild sugárnál: $R = 2M,$

→ Neutroncsillag mérete:

$$A = 2.6 \times 10^{57},$$
$$R = r_0 A^{1/3} = 7 \text{ km},$$
$$M = R/2 = 3.5 \text{ km} = 2.3 M_\odot$$

- Neutroncsillag semlegessége
  - Gravitációsan kötött:

$$\frac{(Z_{\text{net}} e)e}{R^2} \leq \frac{GMm}{R^2} < \frac{G(Am)m}{R^2}$$

  - A nukleon sugár és tömeg alapján:

$$A^{2/3} = r_0/(2m) = 1.9 \times 10^{38}$$

  - A nettó töltésre a feltétel

$$Z_{\text{net}}/A < (m/e)^2$$

  - A mértékegységeket használva:

$$\left(\frac{m}{e}\right)^2 \sim \frac{(938 \text{ MeV})^2}{1.44 \text{ MeV fm}} \sim 10^{-36}$$

→ Nettó töltés: $Z_{\text{net}} < 10^{-36} A$

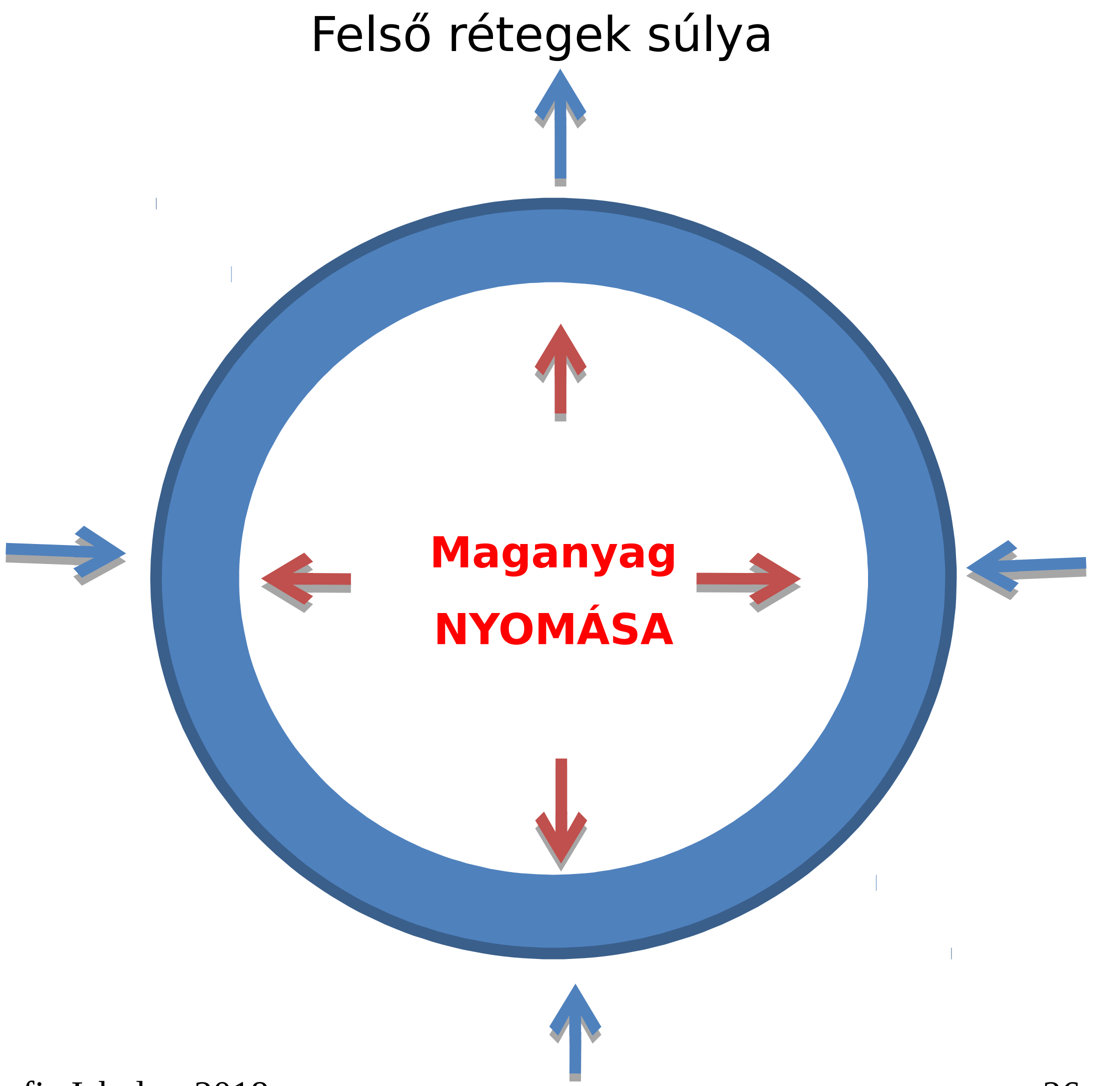
Neutroncsillag belső modellje

- Nem relativisztikus gáz vagy folyadékgömb egyensúlya
  - Kontinuitási egyenlet:

$$\frac{dm}{dr} = 4\pi r^2 \varepsilon(r)$$

  - Gravitáció:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{G\varepsilon(r)m(r)}{r^2}$$



Neutroncsillag belső modellje

- Tolman-Oppenheimer-Volkov egyenlet
  - Schwarzschild metrika homogén izotróp anyag

$$t = x^0,\ r = x^1,\ \vartheta = x^2,\ \varphi = x^3,$$

$$g_{ik} = \text{diag}\,(\mathrm{e}^{2\nu},\ -\mathrm{e}^{2\lambda},\ -r^2,\ -r^2\sin^2\vartheta)$$

$$T_{ik} := \epsilon\, u_i u_k - p\,(g_{ik} - u_i u_k)$$

$$d\tau^2 = \left(1 - \frac{2GM}{r}\right)dt^2 - \left(1 - \frac{2GM}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2\sin^2\theta\, d\phi^2$$

  - Einstein egyenlet: $R_{ik} - \frac{1}{2} R\, g_{ik} = -\gamma T_{ik}, \quad \text{ahol} \quad \gamma = \frac{8\pi G}{c^4}$

Kiírva az Einstein egyenlet komponenseit:

$$-\gamma\epsilon = \mathrm{e}^{-2\lambda}\left[-\frac{2\lambda'}{r} + \frac{1}{r^2}\right] - \frac{1}{r^2},$$

$$-\gamma p = \mathrm{e}^{-2\lambda}\left[\frac{2\nu'}{r} - \frac{1}{r^2}\right] + \frac{1}{r^2},$$

$$-\gamma p = \mathrm{e}^{-2\lambda}\left[-\nu'' - \nu'^2 + \nu'\lambda' - \frac{\nu'}{r} + \frac{\lambda'}{r}\right],$$

Neutroncsillag belső modellje

- Tolman-Oppenheimer-Volkov egyenlet
  - Schwarzschild metrika homogén izotróp anyag
  - Állapotegyenlet
  - Kezdőfeltételek

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{G\varepsilon(r)m(r)}{r^2} \underbrace{\left[1 + \frac{P(r)}{\varepsilon(r)}\right]\left[1 + \frac{4\pi r^3 P(r)}{m(r)}\right]\left[1 - \frac{2Gm(r)}{r}\right]^{-1}}_{\text{Relativisztikus korrekciók}}$$

Neutroncsillag belső modellje

- Tolman-Oppenheimer-Volkov egyenlet
  - Schwarzschild metrika
    homogén izotróp anyag

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{G\varepsilon(r)m(r)}{r^2}\underbrace{\left[1+\frac{P(r)}{\varepsilon(r)}\right]\left[1+\frac{4\pi r^3 P(r)}{m(r)}\right]\left[1-\frac{2Gm(r)}{r}\right]^{-1}}_{\text{Relativisztikus korrekciók}}$$

  - Állapotegyenlet
    (Legegyszerűbb: nem-kölcsönható fermi gáz → összetett EoS)

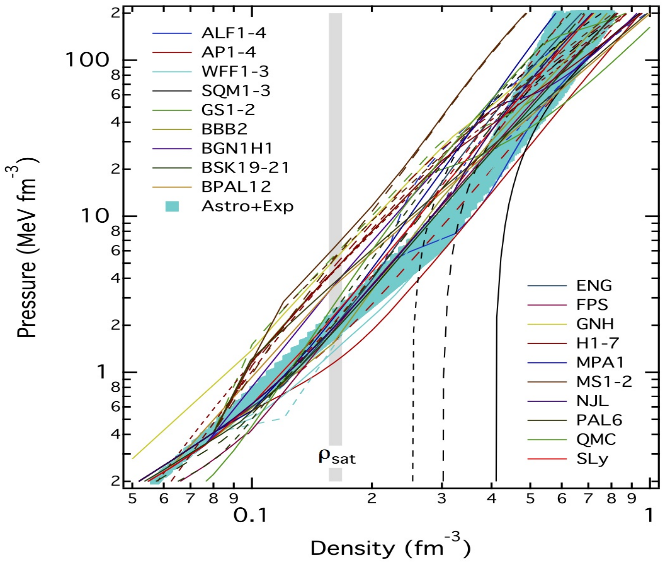
$$\mu_e + \mu_p = \mu_n .$$

$$\mu = (m^2 + k^2)^{1/2}$$

$$\epsilon = \frac{1}{4\pi^2}\left[\mu k\left(\mu^2 - \frac{1}{2}m^2\right) - \frac{1}{2}m^4 \ln\left(\frac{\mu + k}{m}\right)\right],$$

$$p = \frac{1}{12\pi^2}\left[\mu k\left(\mu^2 - \frac{5}{2}m^2\right) + \frac{3}{2}m^4 \ln\left(\frac{\mu + k}{m}\right)\right],$$

$$\rho = \frac{k^3}{3\pi^2},$$

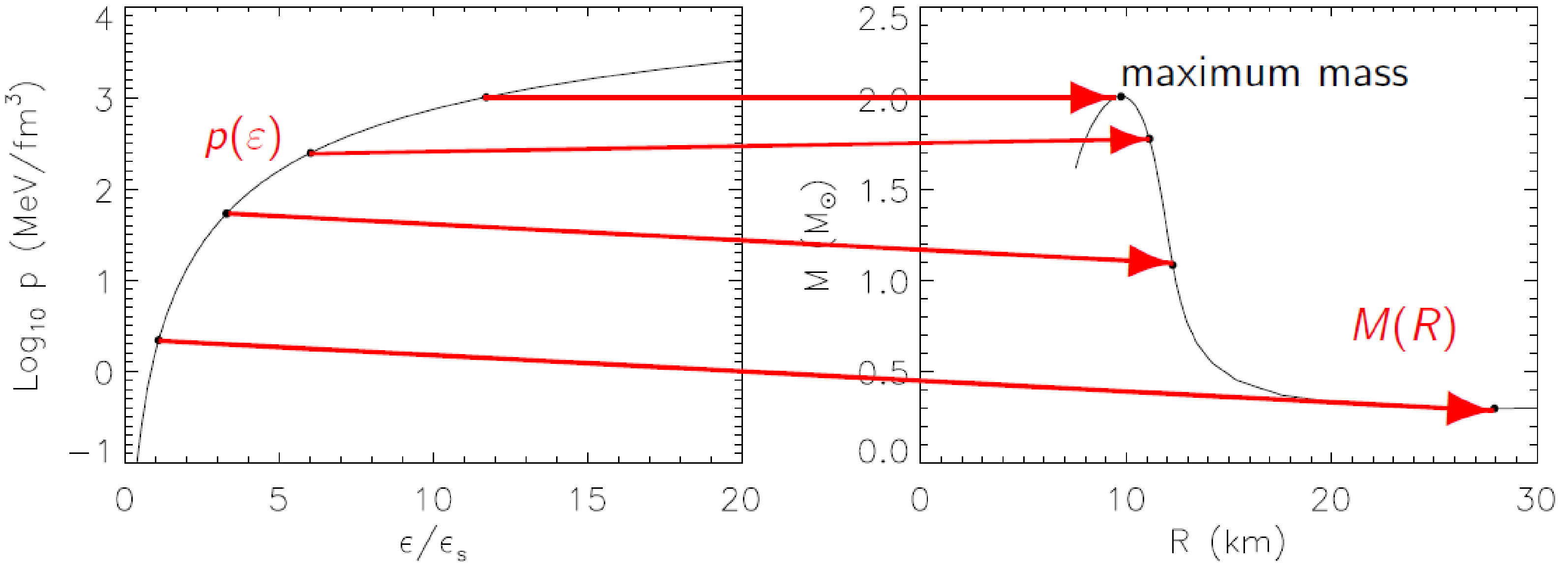


Neutroncsillag belső modellje

- Tolman-Oppenheimer-Volkov egyenlet
  - Schwarzschild metrika homogén izotróp anyag
  - Állapotegyenlet
  - Kezdőfeltételek

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{G\varepsilon(r)m(r)}{r^2}\underbrace{\left[1+\frac{P(r)}{\varepsilon(r)}\right]\left[1+\frac{4\pi r^3 P(r)}{m(r)}\right]\left[1-\frac{2Gm(r)}{r}\right]^{-1}}_{\text{Relativisztikus korrekciók}}$$

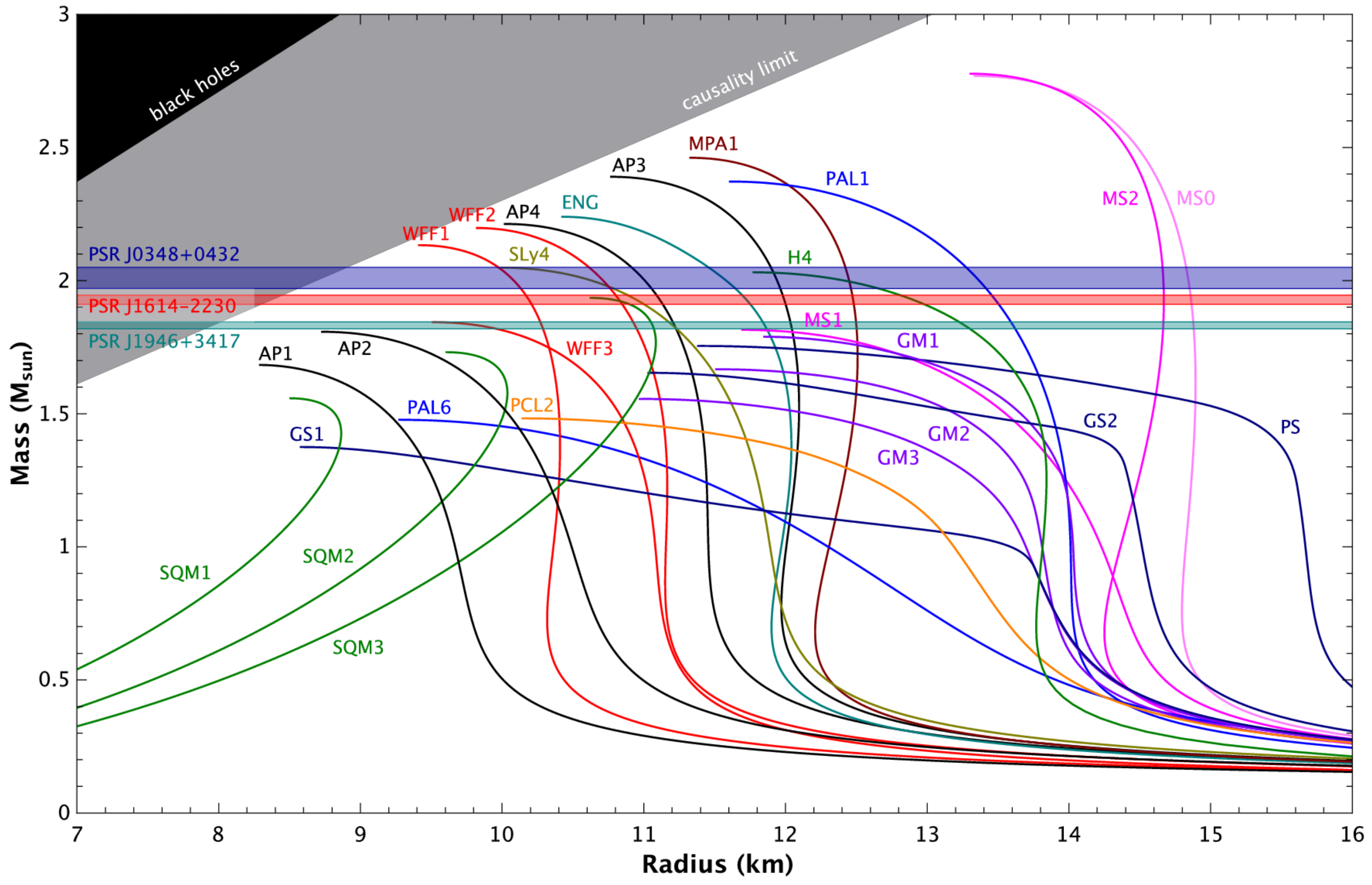
M(R) diagram



Neutroncsillag belső modellje

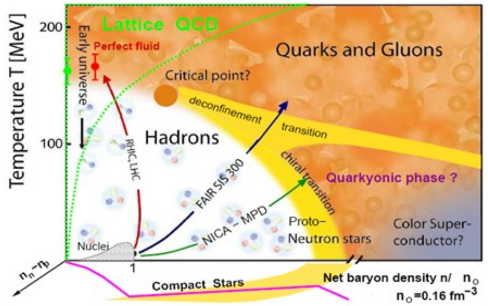
- Tolman-Oppenheimer-Volkov egyenlet
  - Schwarzschild metrika
    homogén izotróp anyag
  - Állapotegyenlet
  - kezdőfeltételek

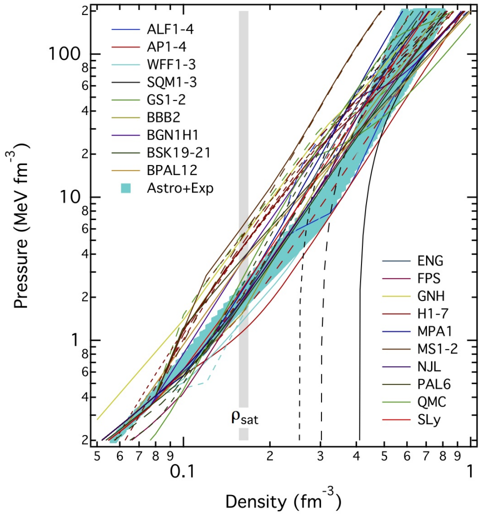
M(R) diagram



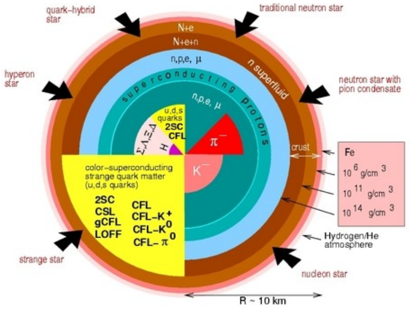
A neutroncsillag anyagának vizsgálata

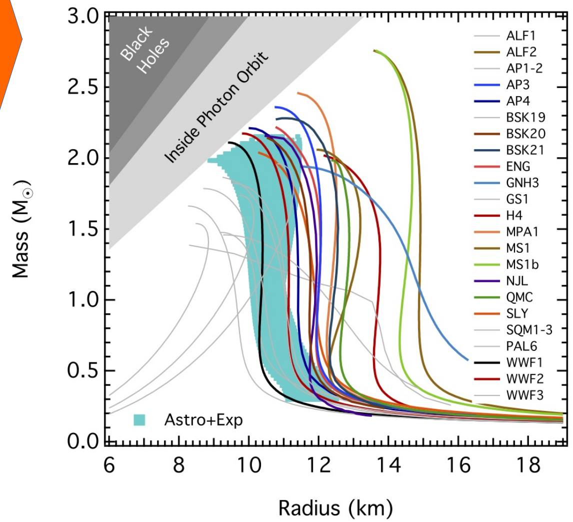
Állapotegyenlet kísérlet & elméleti



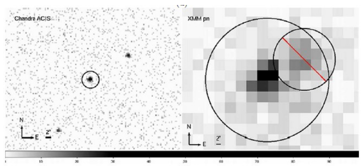


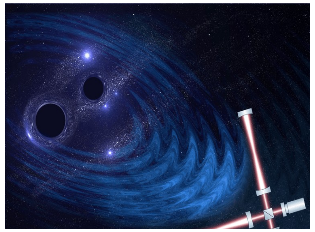
Alkalmazás kompakt csillagokra

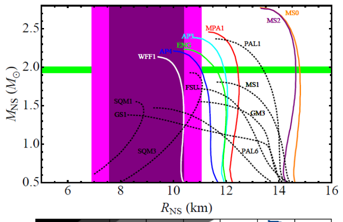


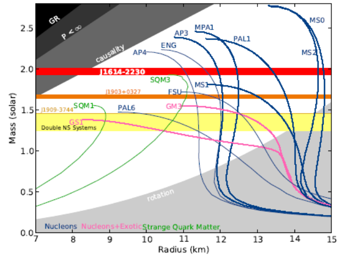


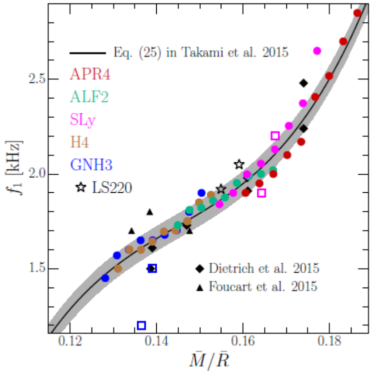
Megszorítások asztrofiz. megfigyelések





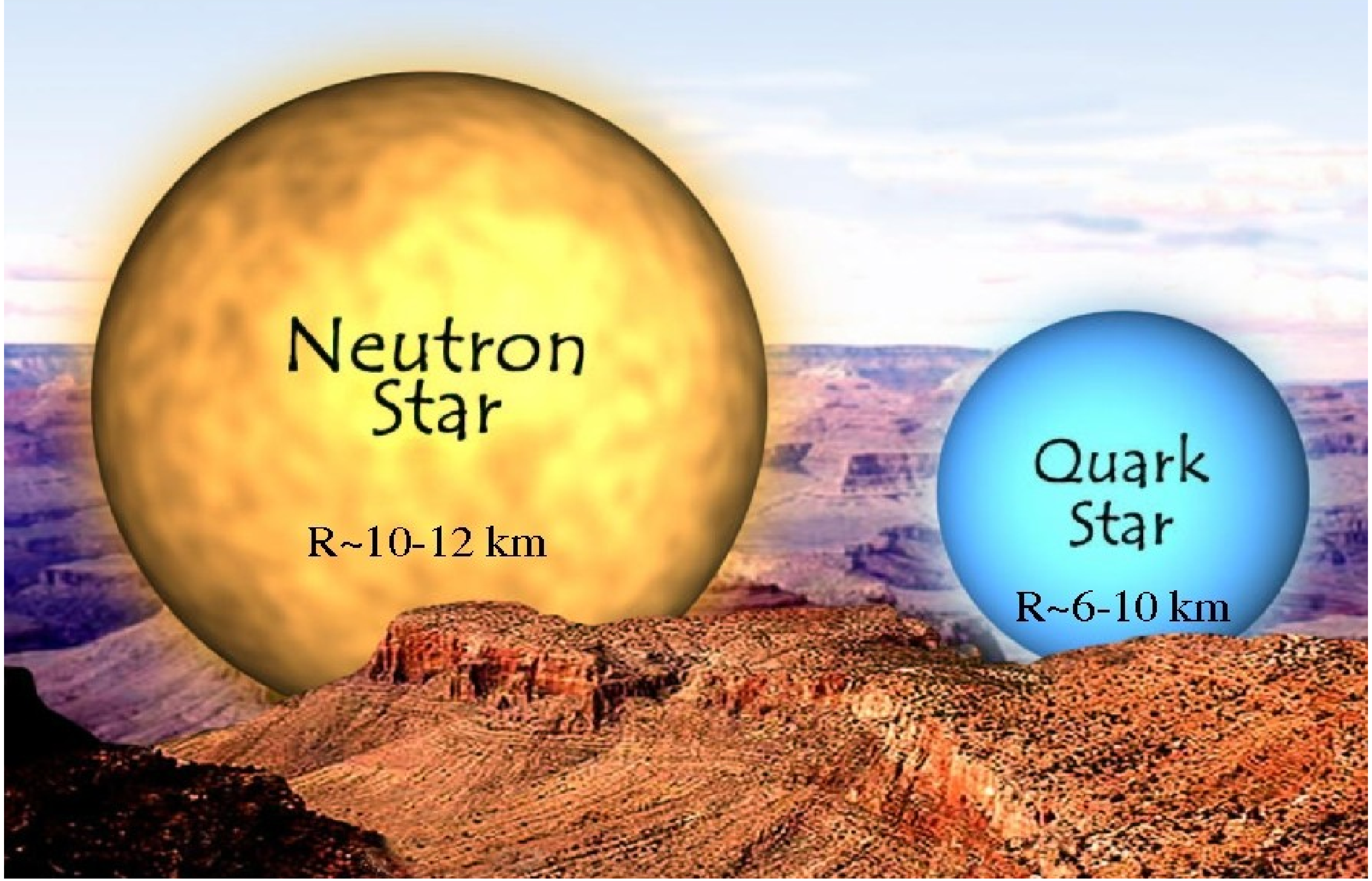




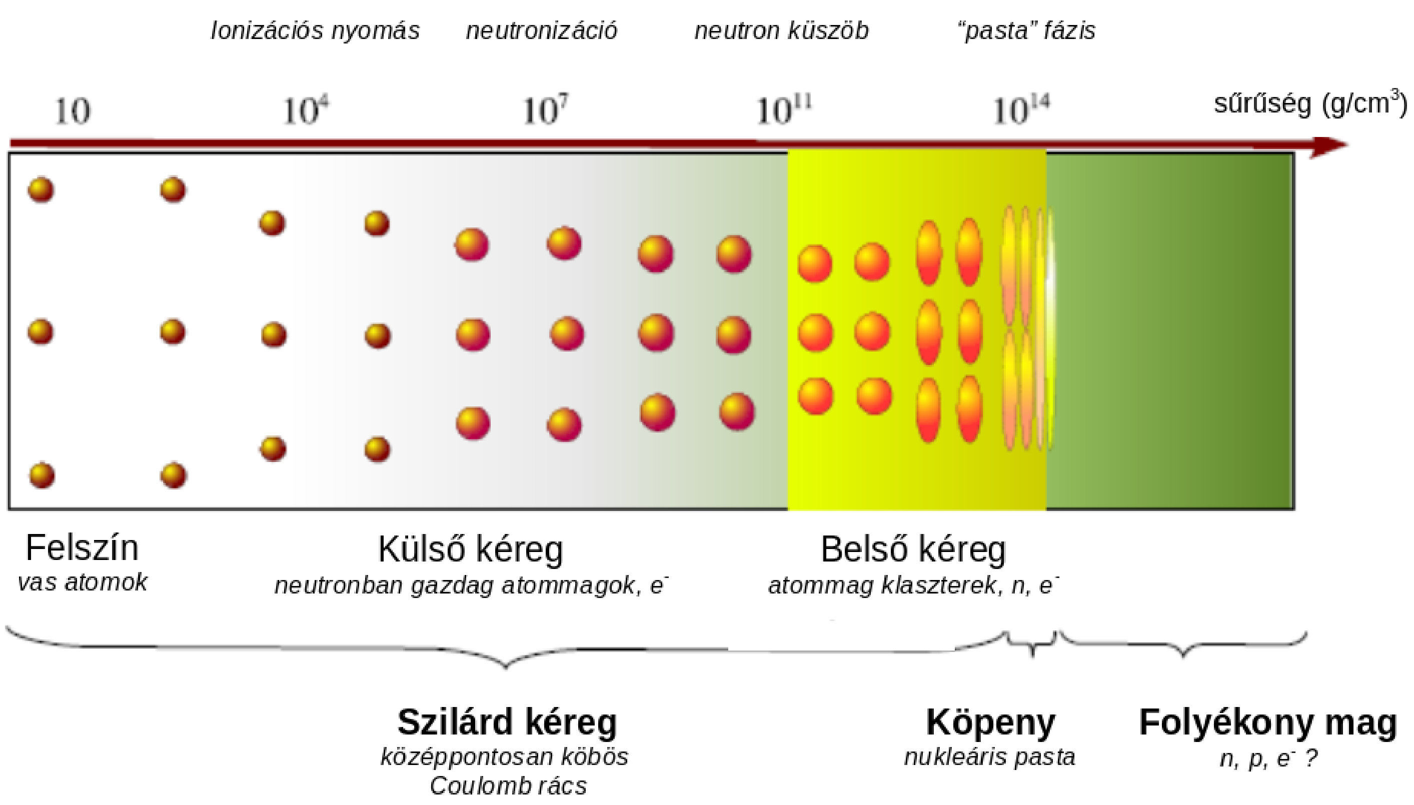


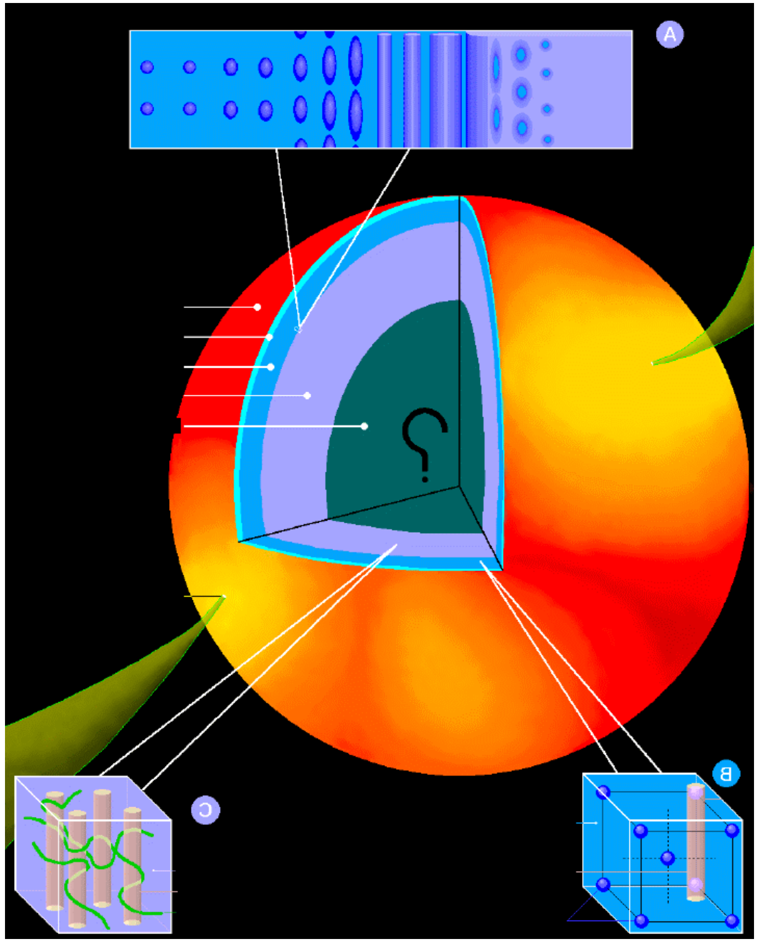
A szupersűrű maganyag kutatása

Milyen egy neutroncsillag?

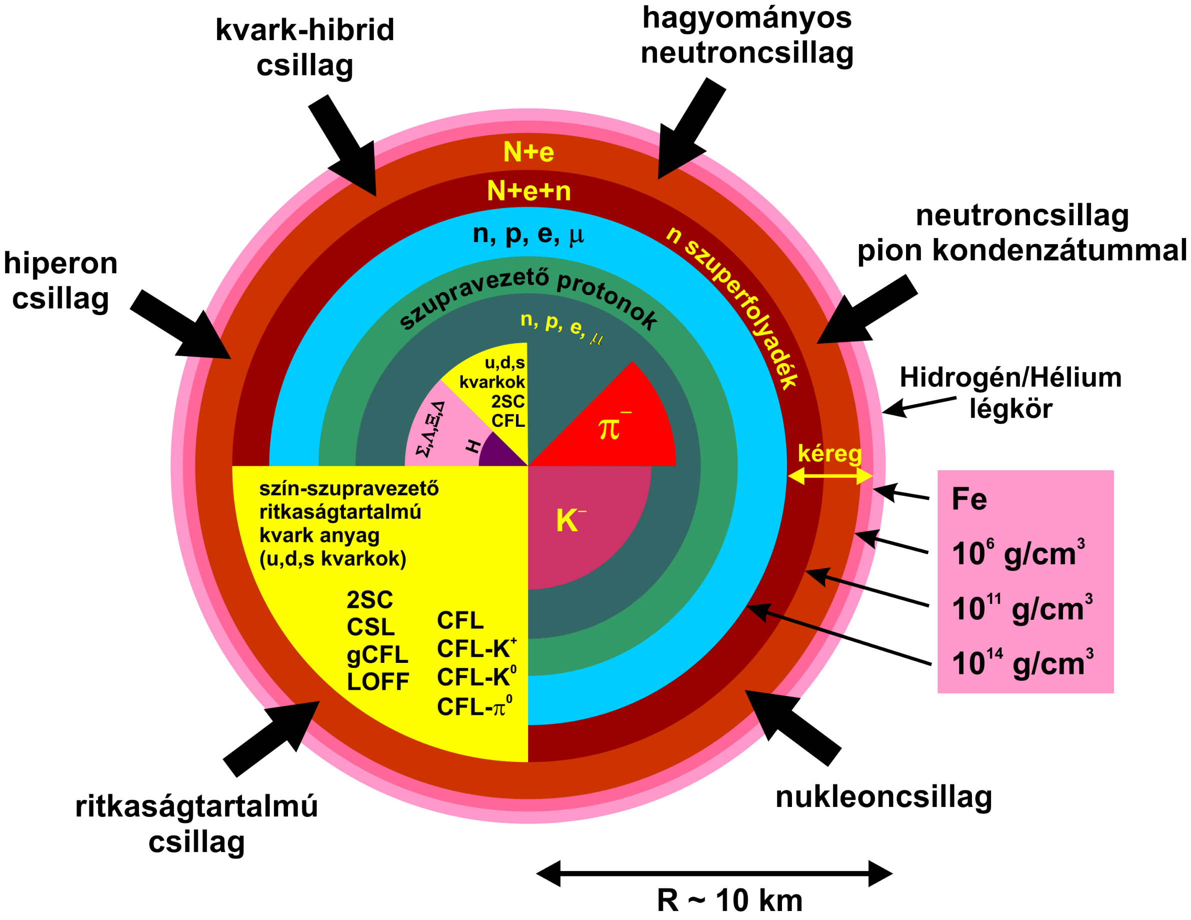


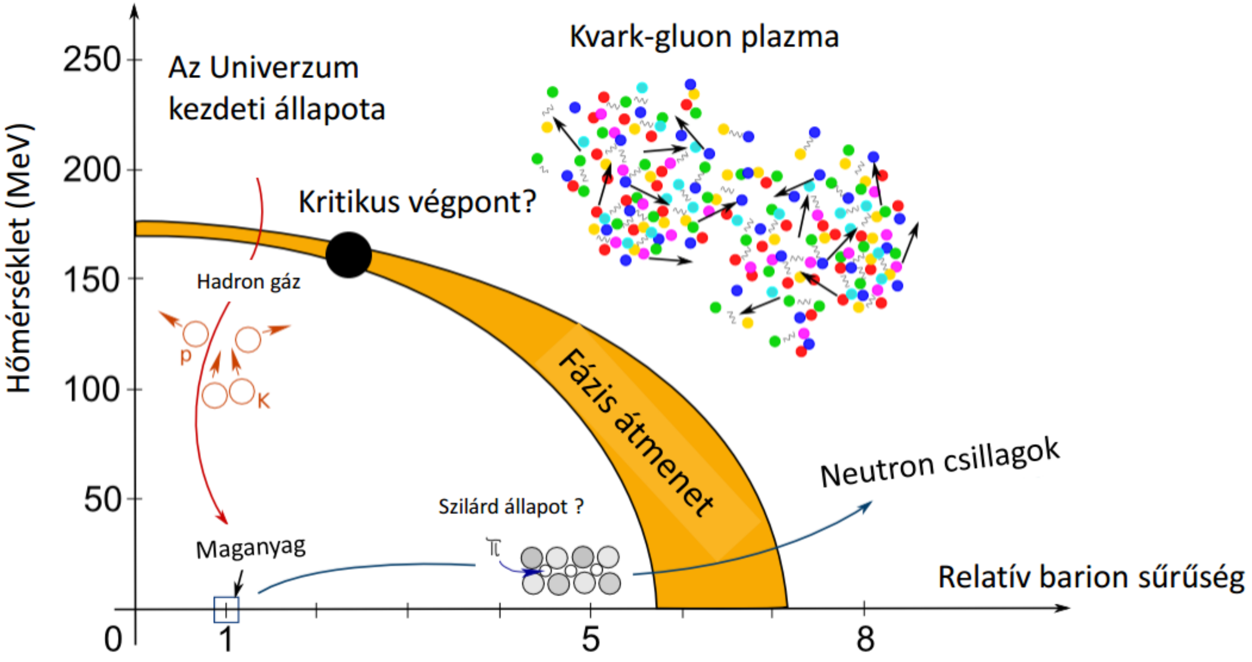
A neutroncsillag kérge



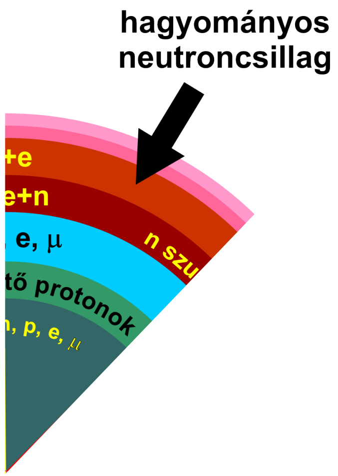


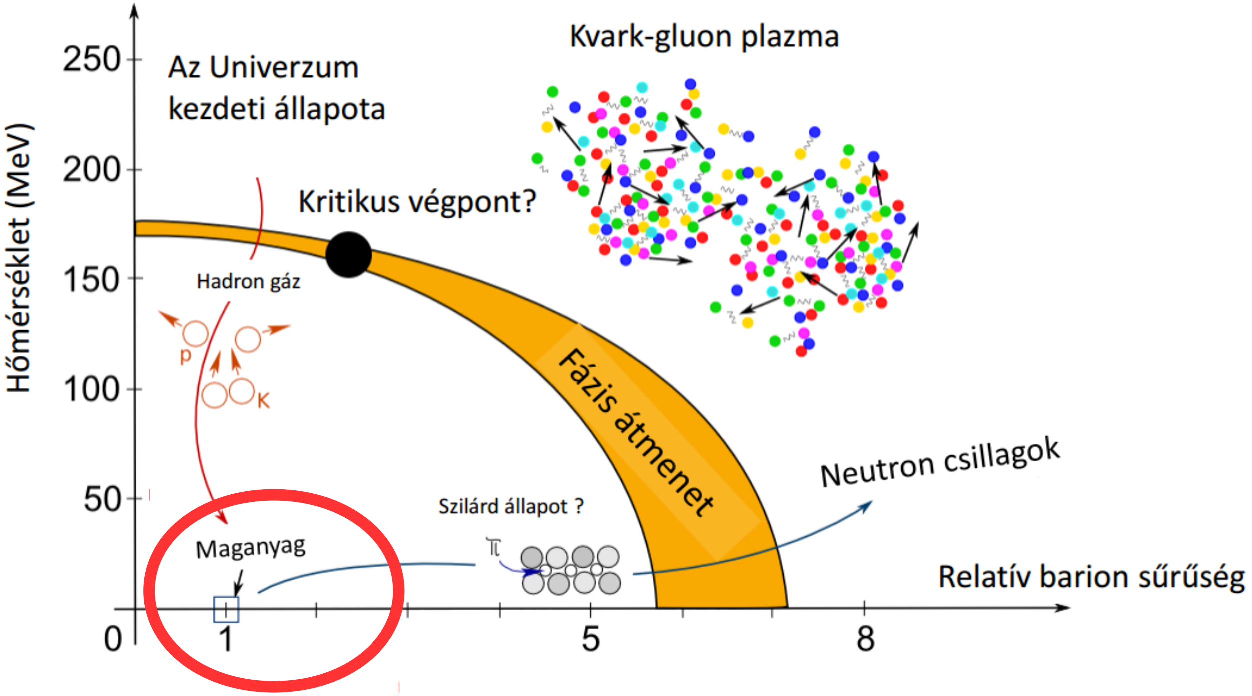
Kompakt csillagbelső modellek



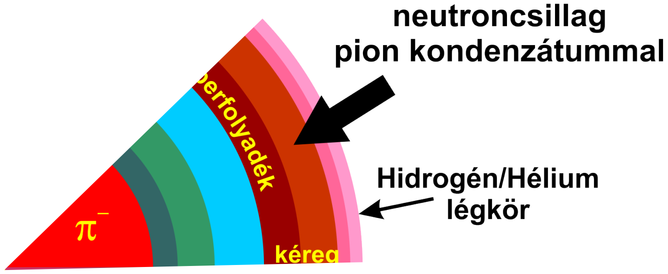


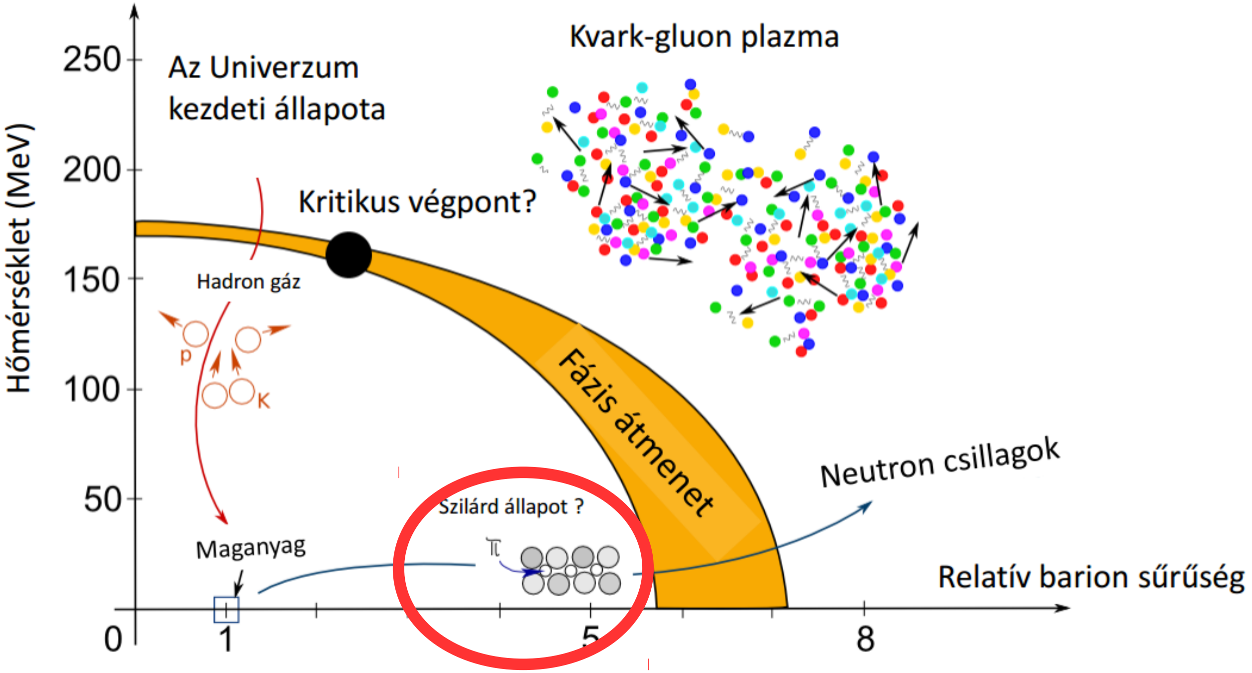
Kompakt csillagbelső modellek



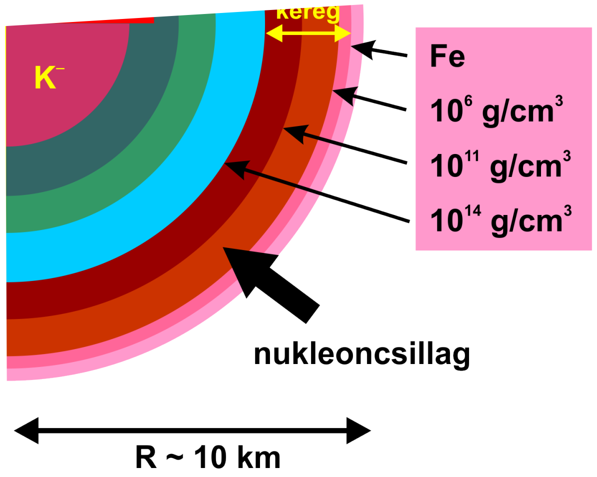


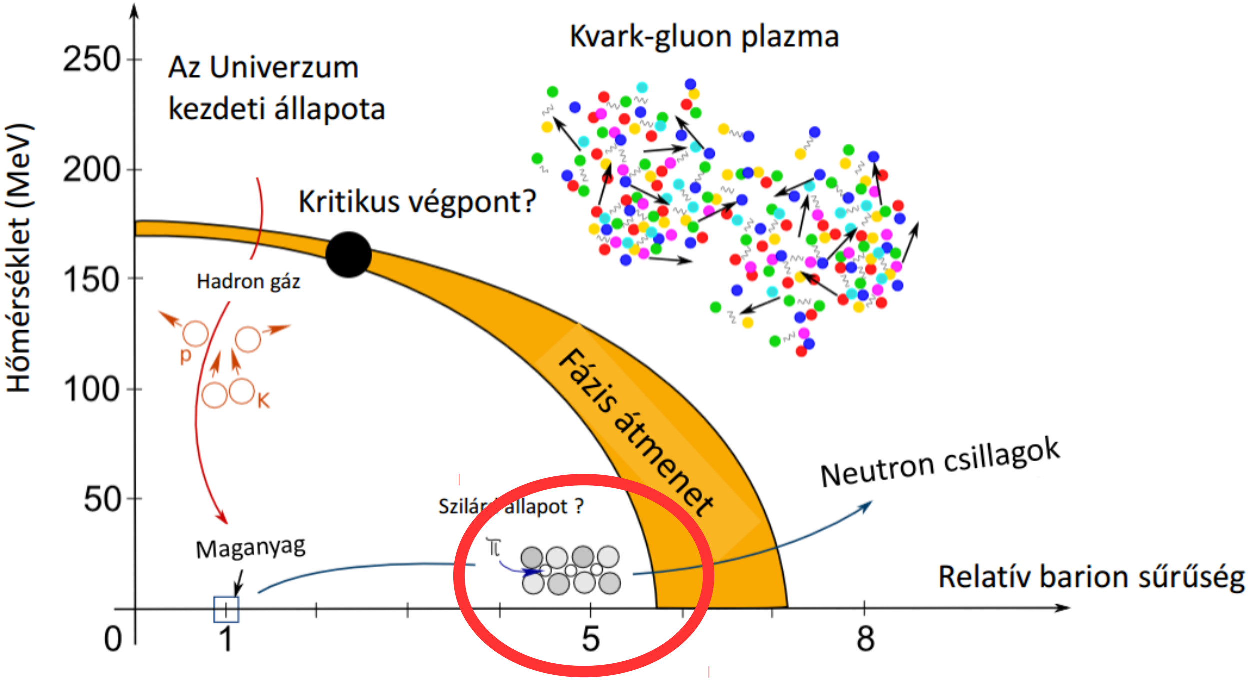
Kompakt csillagbelső modellek



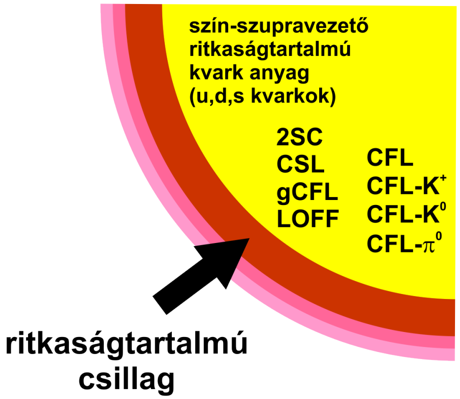


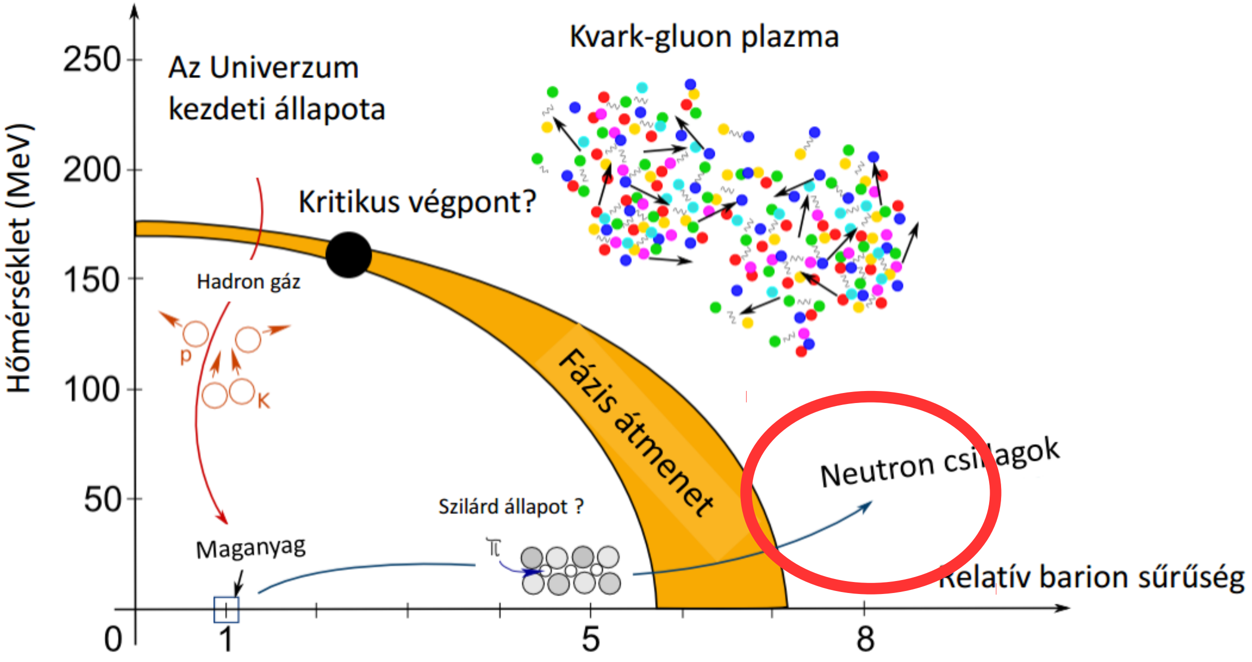
Kompakt csillagbelső modellek



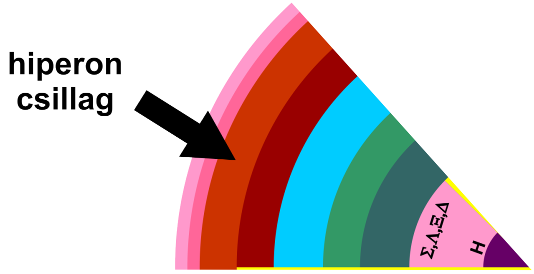


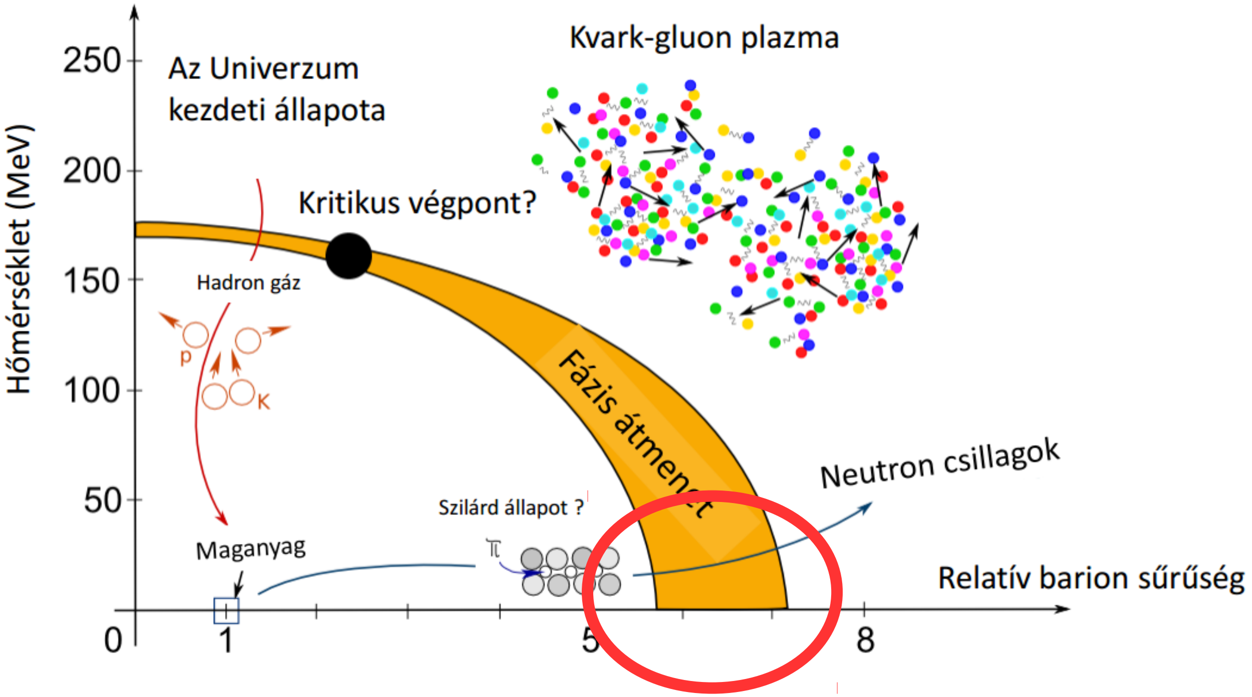
Kompakt csillagbelső modellek



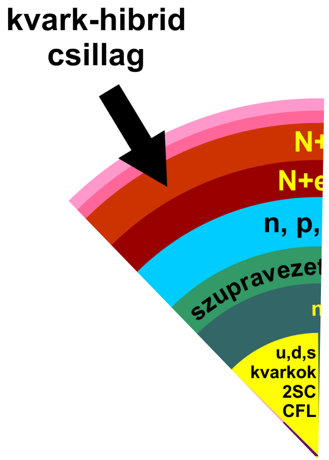


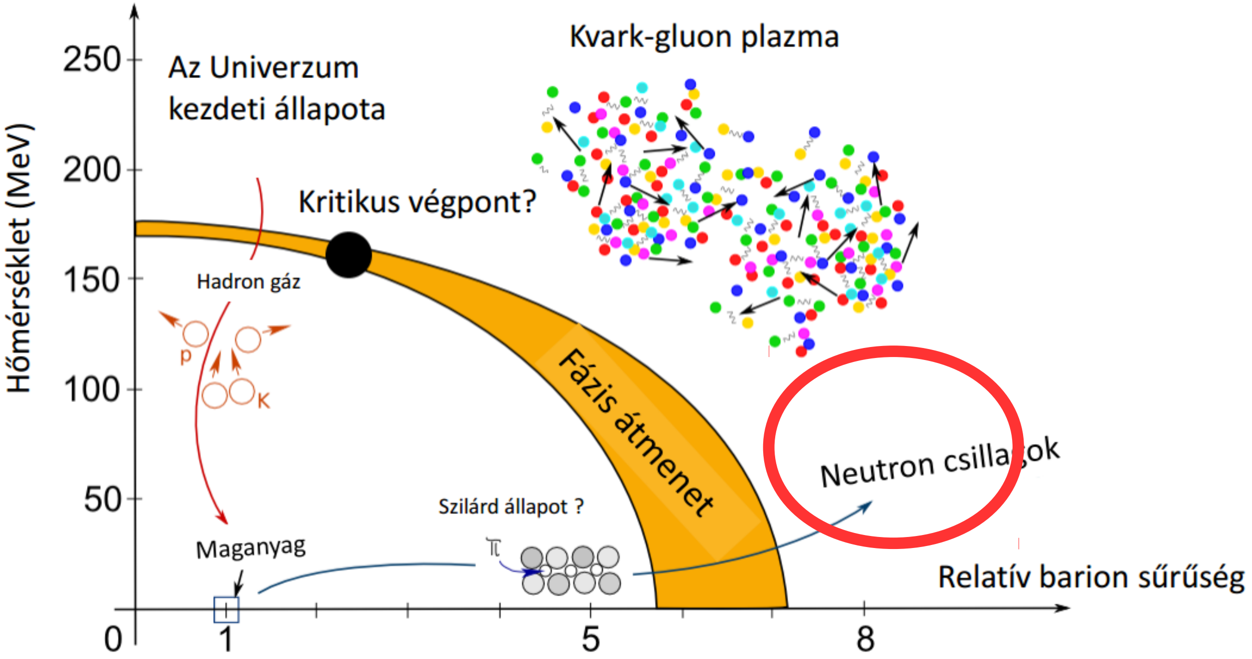
Kompakt csillagbelső modellek



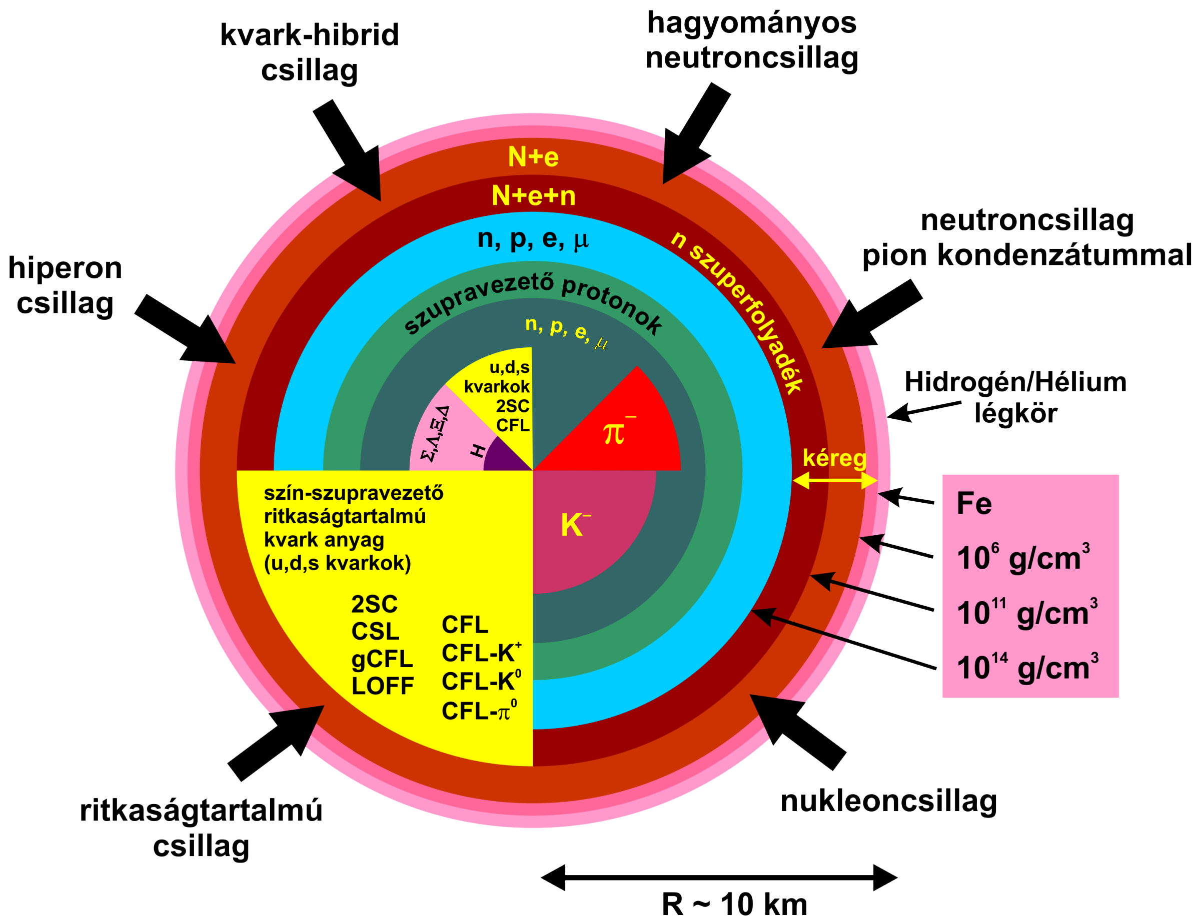


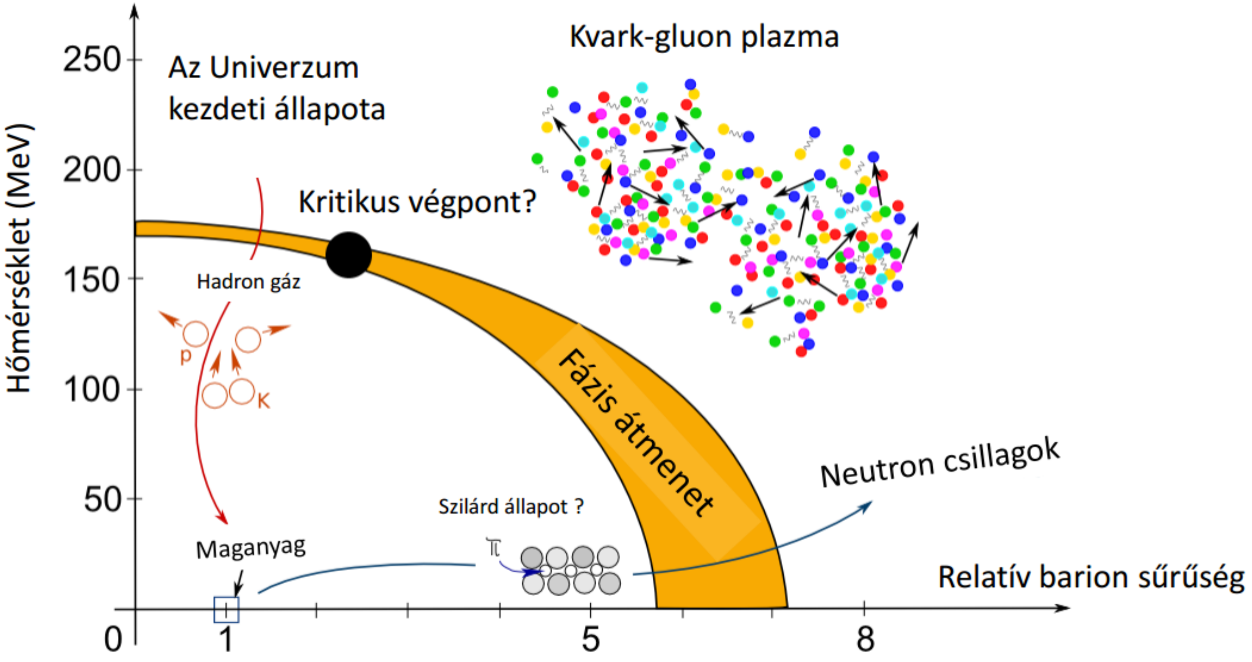
Kompakt csillagbelső modellek





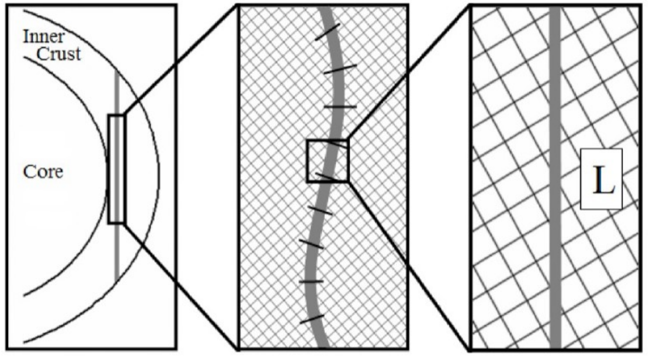
Kompakt csillagbelső modellek

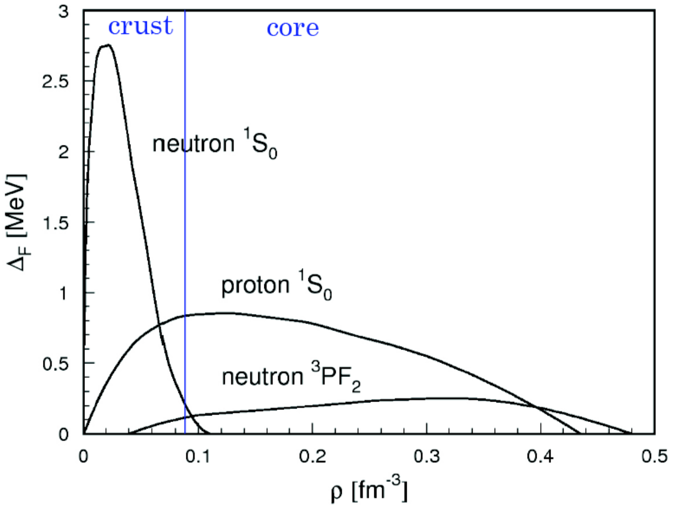


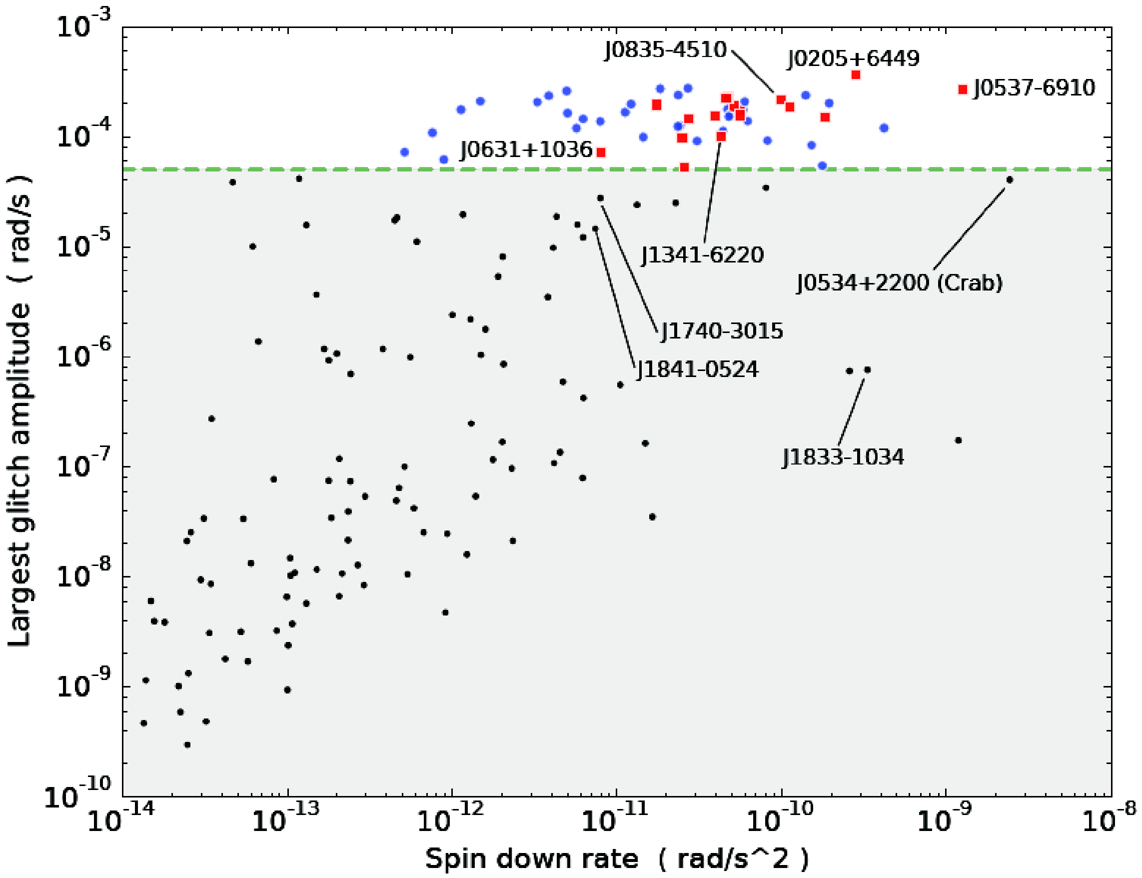


Mag+kéreg modellek

- Örvények a szuprevezető kéregben.

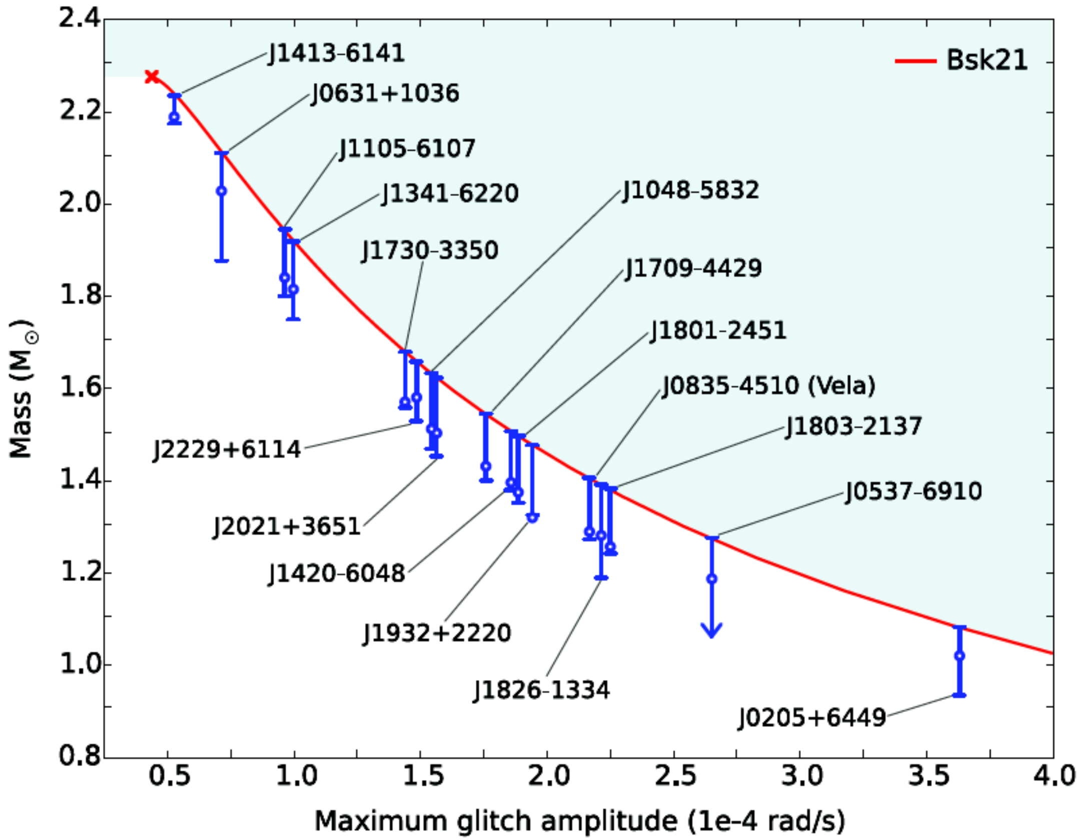


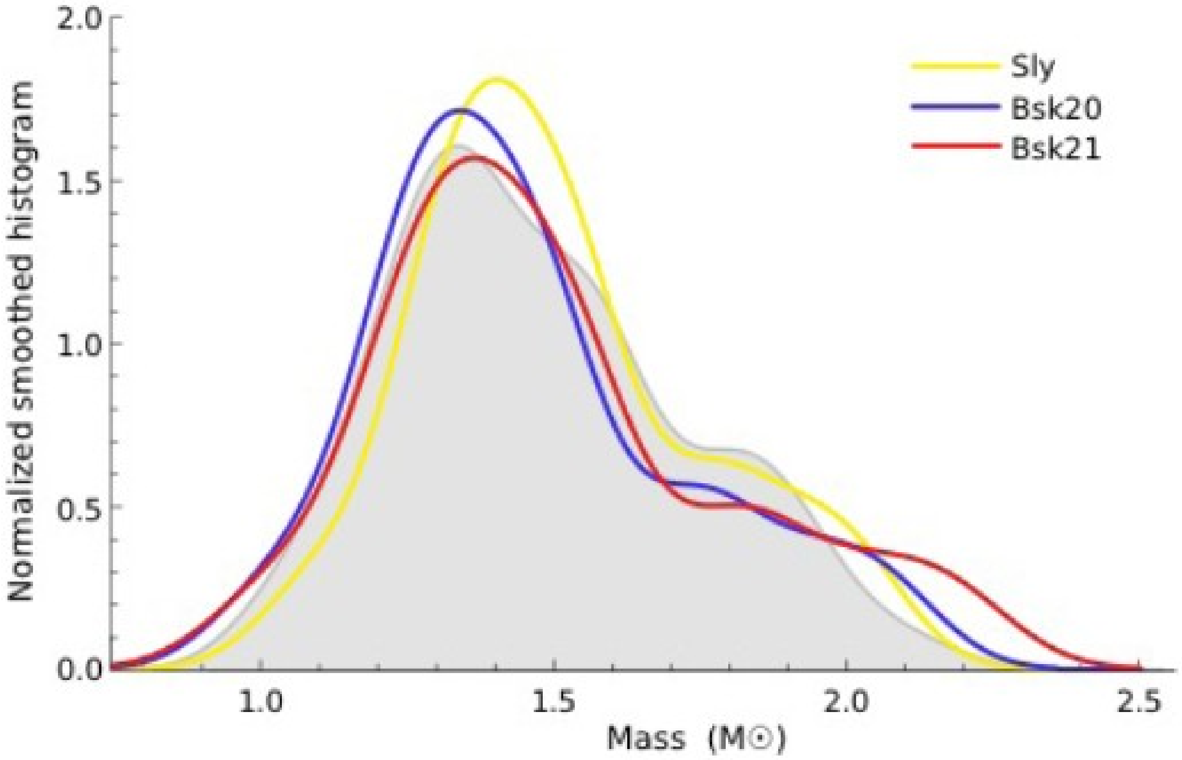




Mag+kéreg modellek

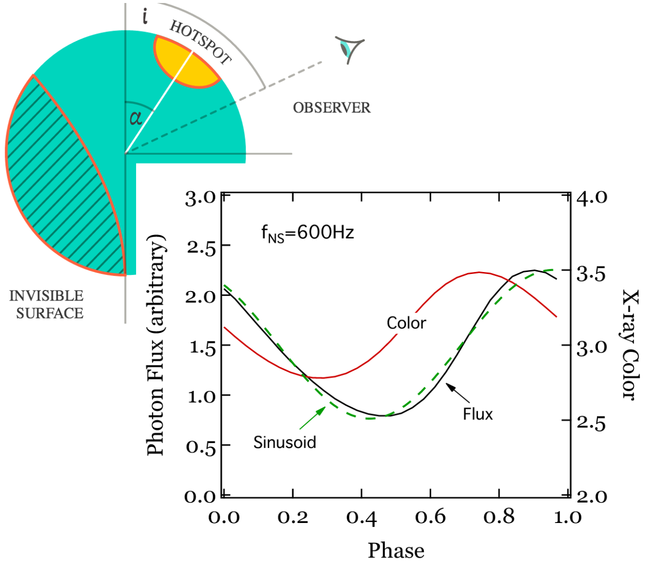
- Megszorítás a maximális amplitúdóból





Röntgen fénygörbék vizsgálata

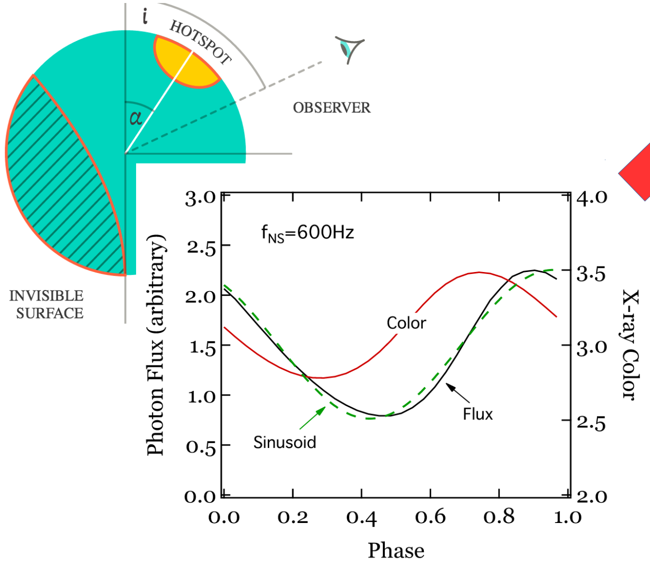
- Kompakt csillagra húlló anyag
  - A mágneses tengelynél ‘hotspot’
  - Forgás → mérhető a fénygörbe

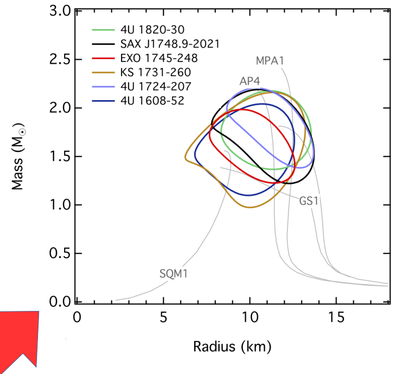


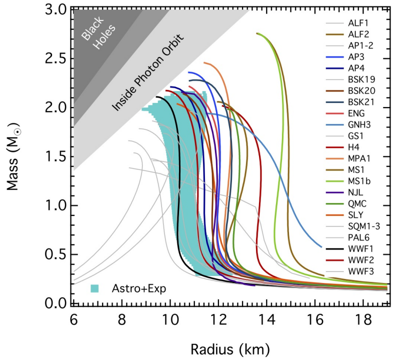
→ Kellően sok fénygörbe alapján statisztikusan behatárolható az M(R)

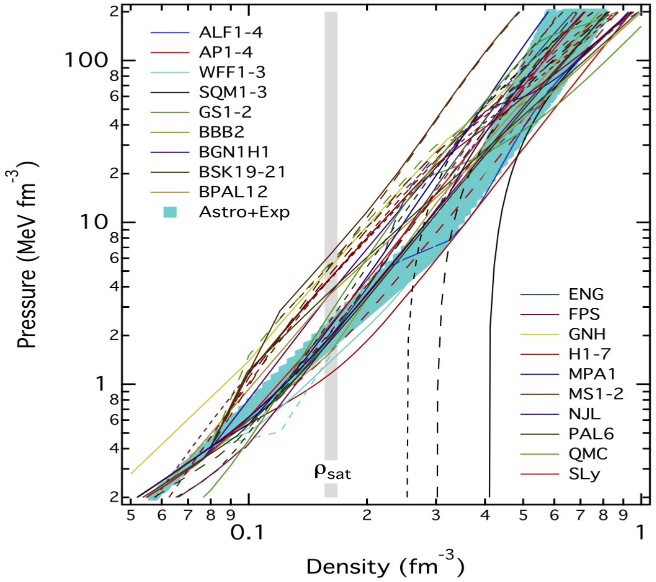
Röntgen fénygörbék vizsgálata

- Kompakt csillagra húlló anyag
  - A mágneses tengelynél ‘hotspot’
  - Forgás → mérhető a fénygörbe





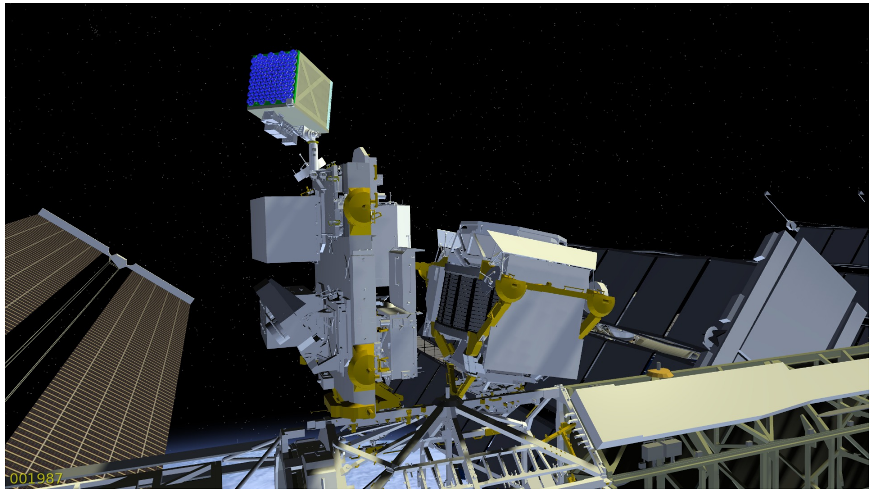




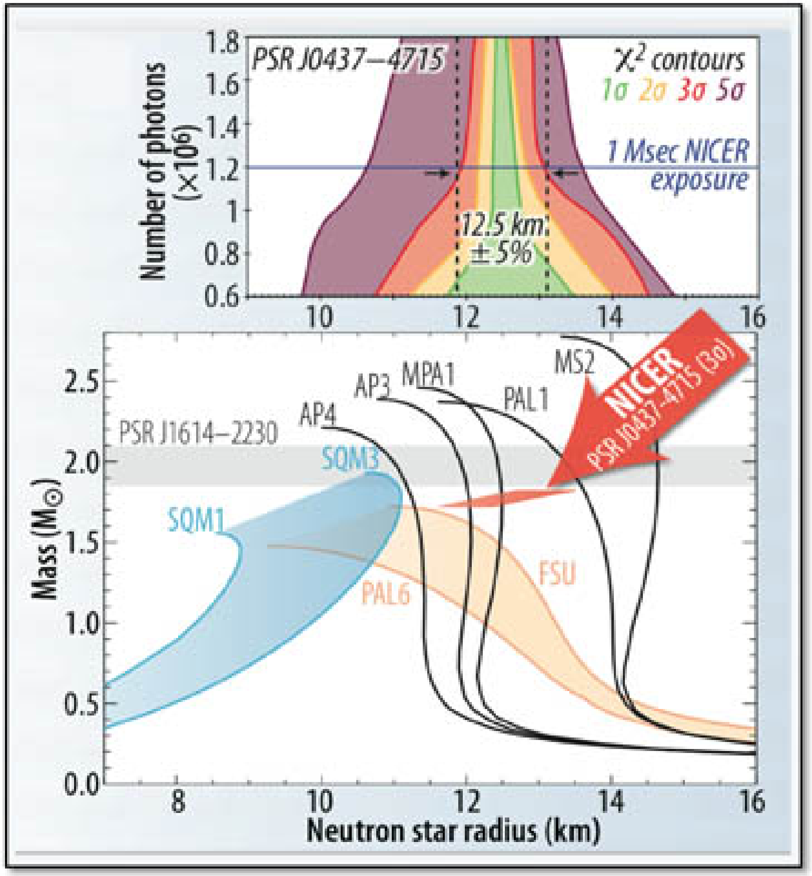
→ Kellően sok fénygörbe alapján statisztikusan behatárolható az M(R)

Röntgen fénygörbék vizsgálata

- Kompakt csillagra hulló anyag
  - A mágneses tengelynél ‘hotspot’
  - A forgás miatt mérhető a fénygörbe

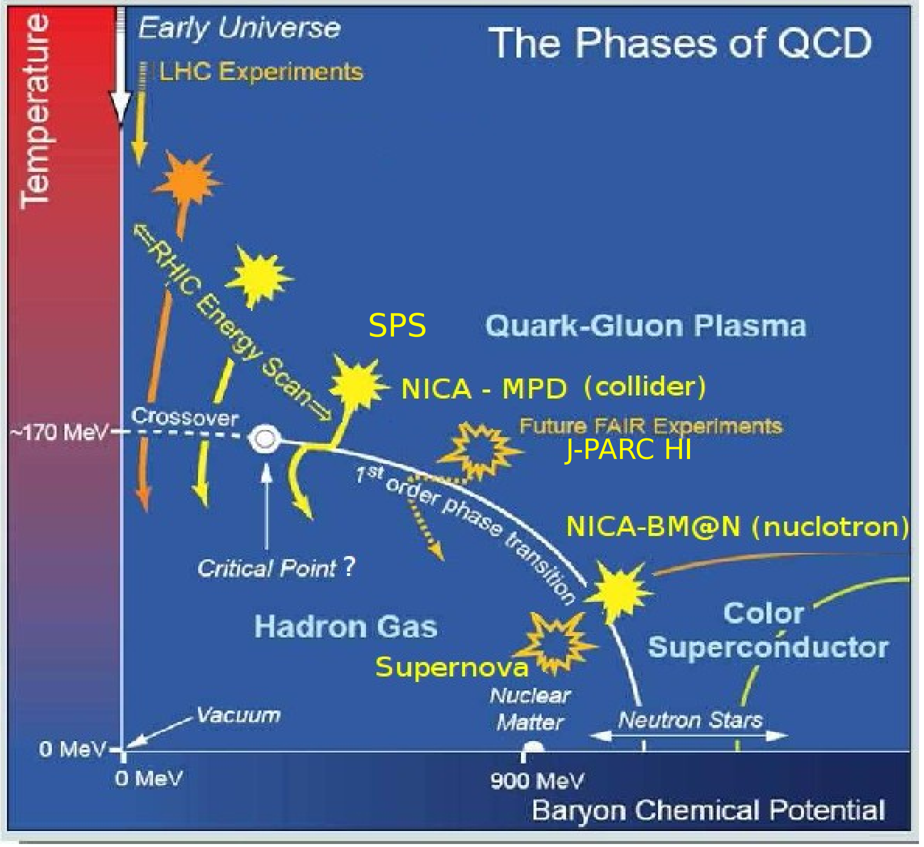


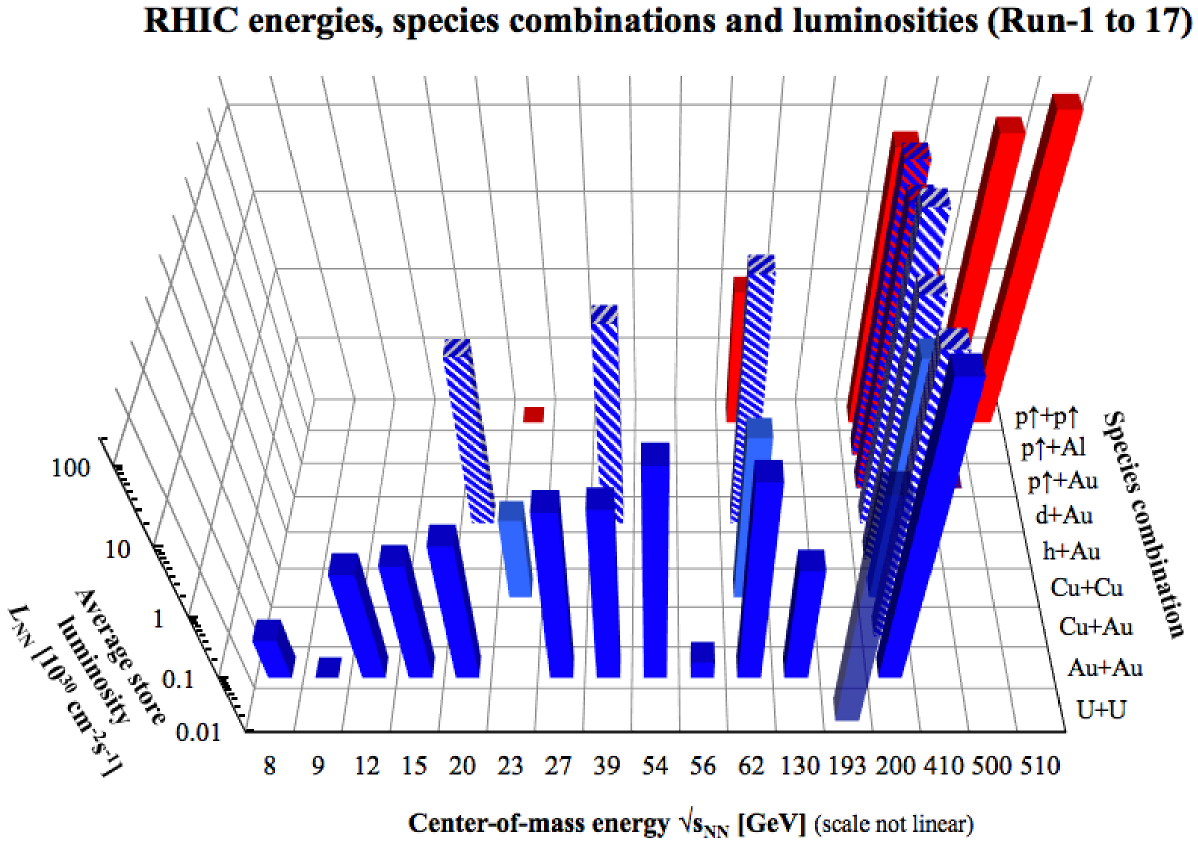
→ NICER (2017 május óta mér az ISS-en)



Nehézionfizikai kísérletek

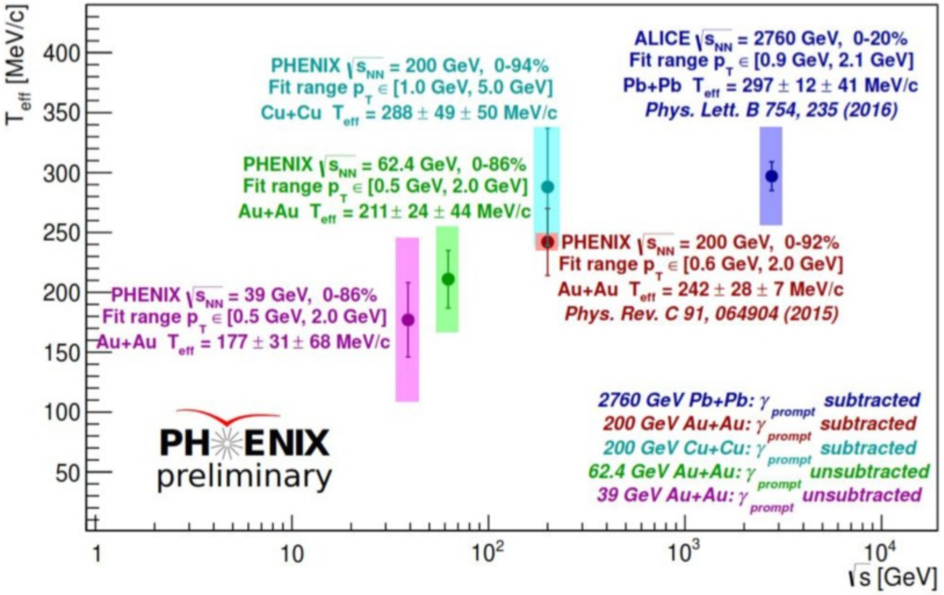
- BES: Beam-Energy Scan

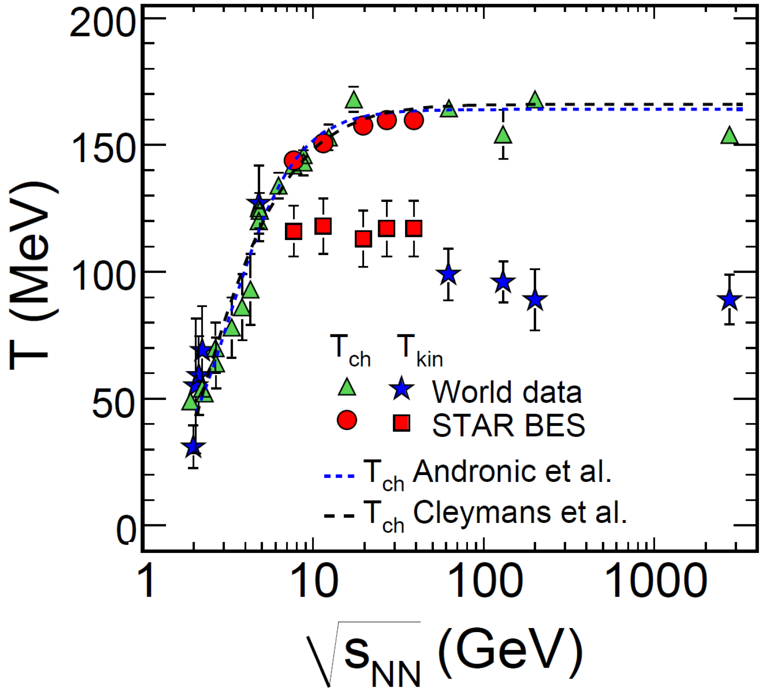


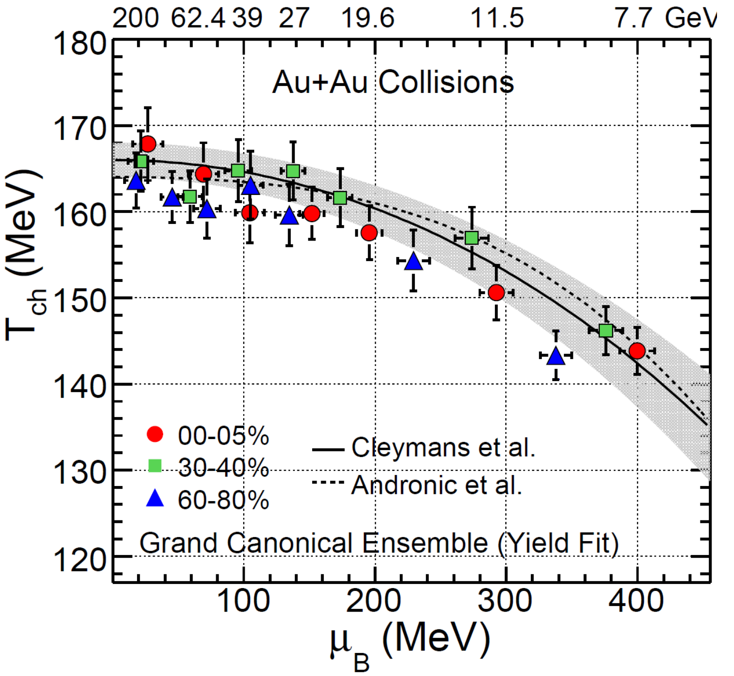


Nehézionfizikai kísérletek

- Eredmény: Fázisdiagram

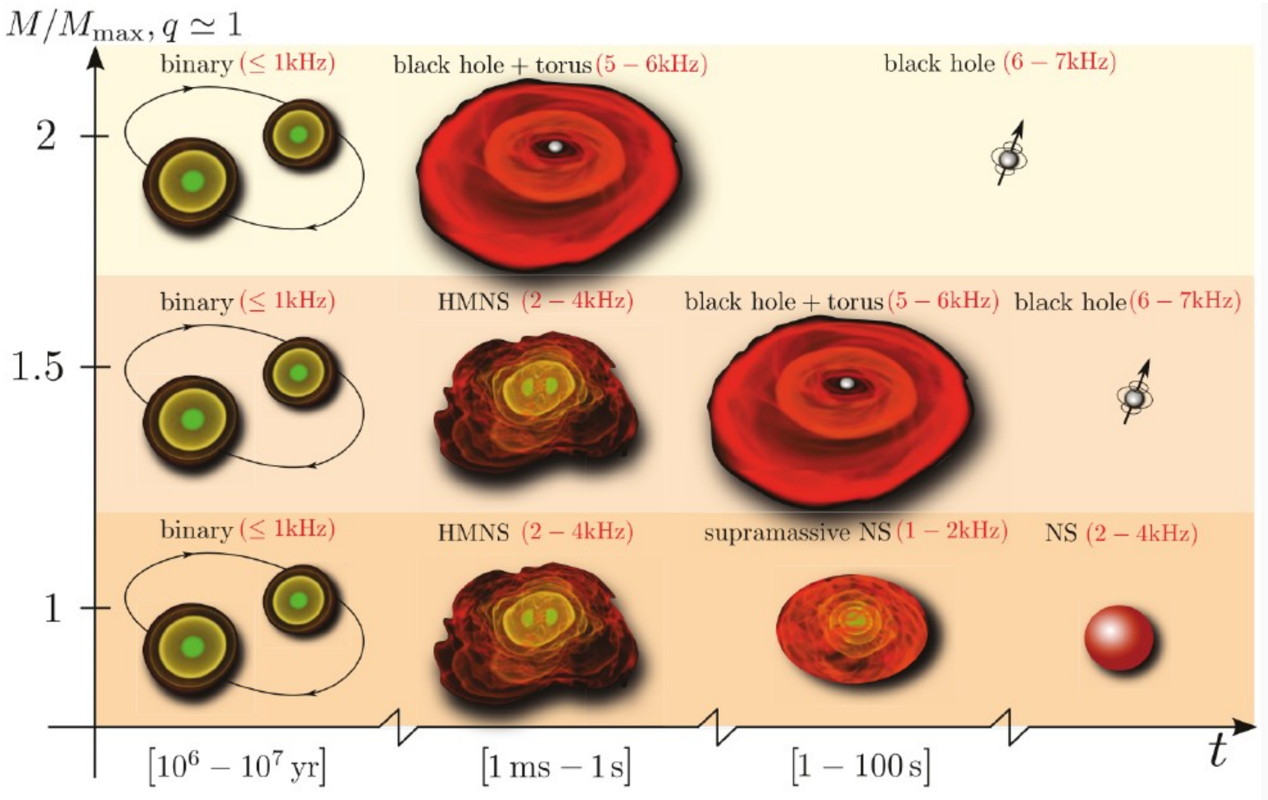


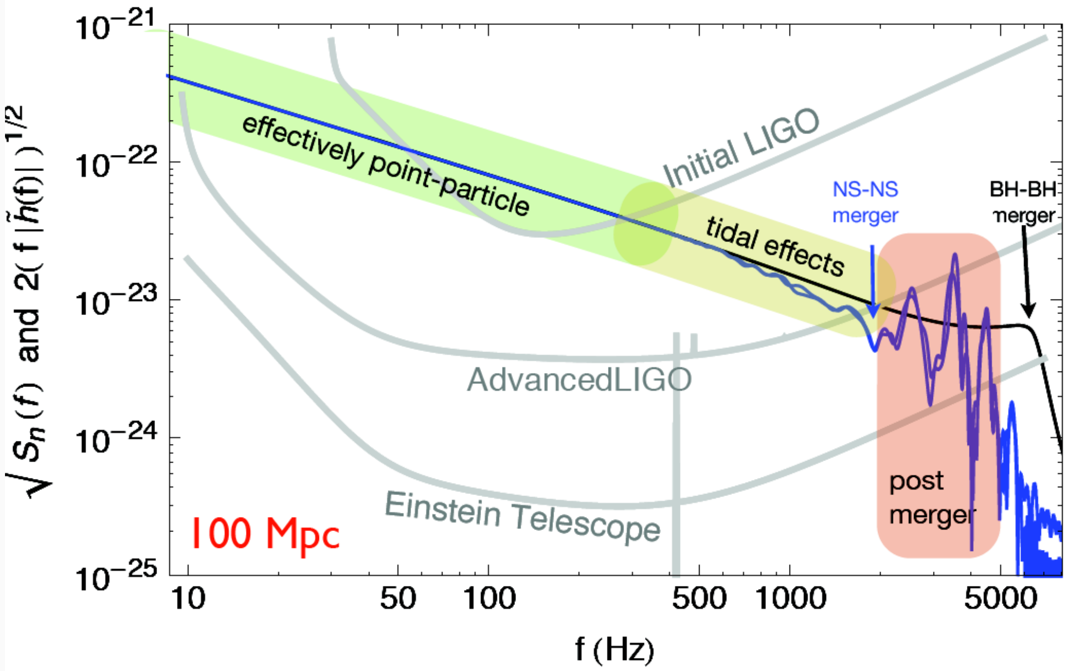




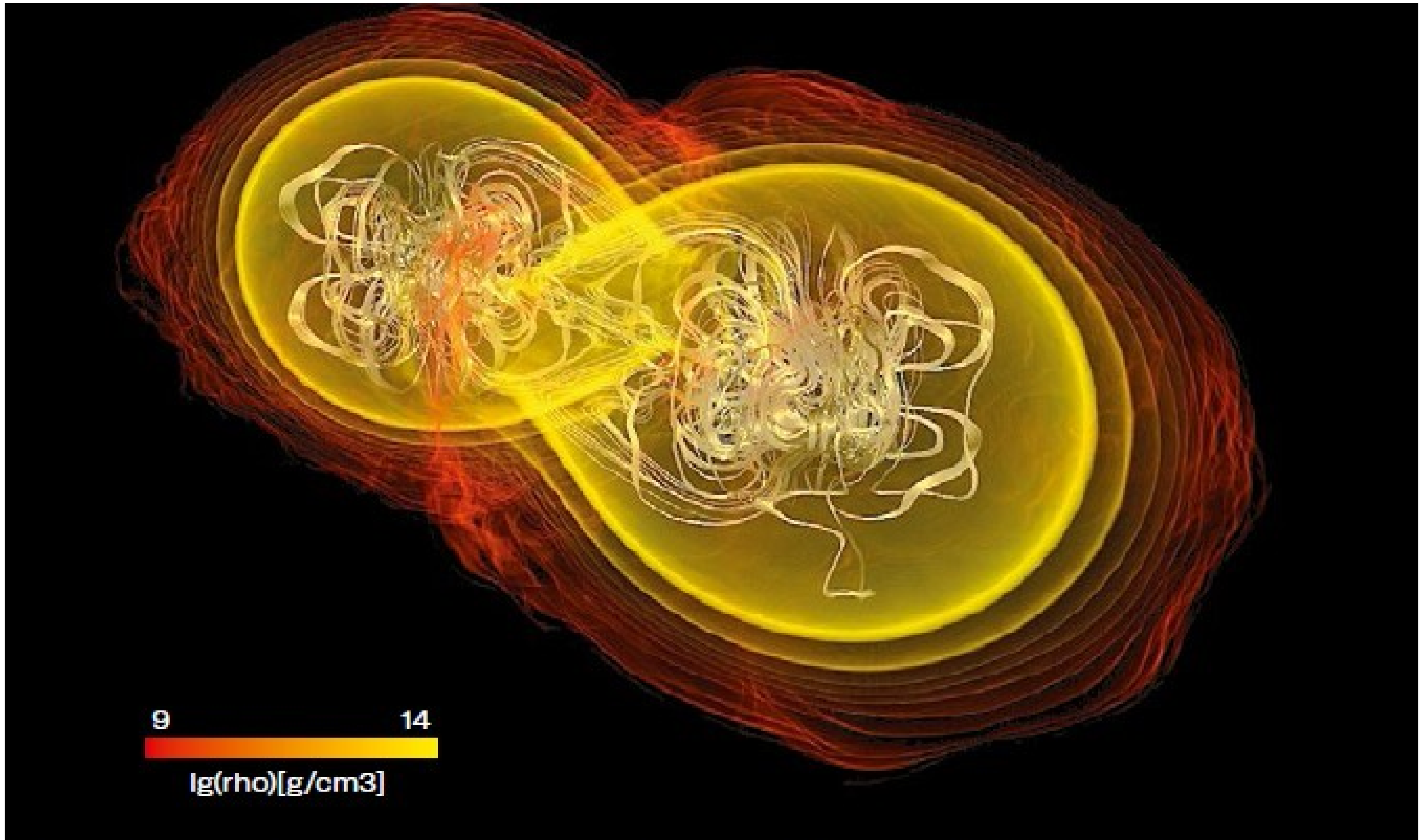
GW: új vizsgálati módszerek

- NSNS összeolvadás





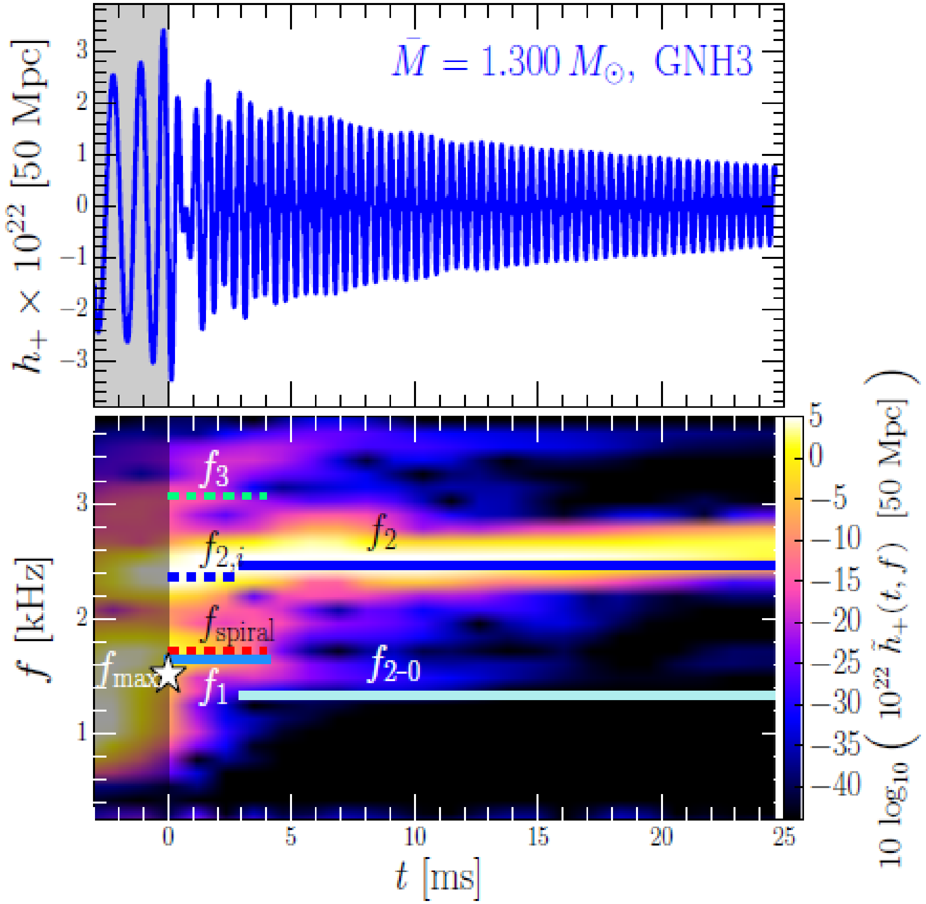
GW: új vizsgálati módszerek

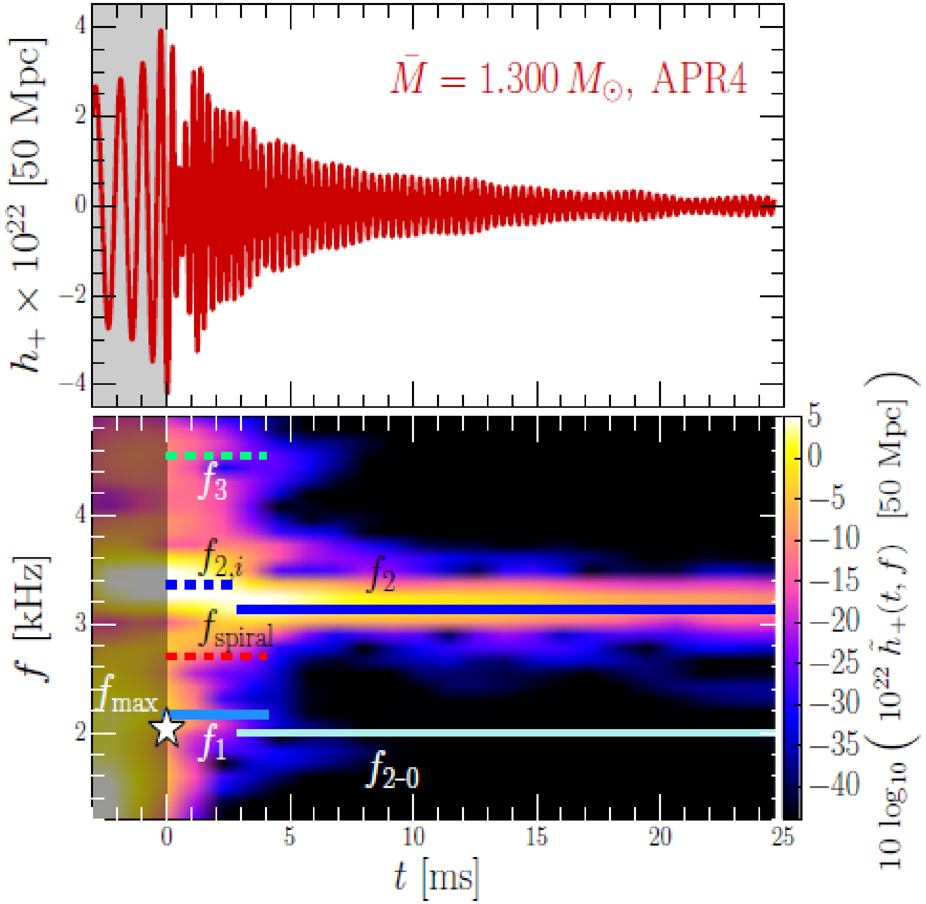


7. ábra – Erős mágneses terű neutroncsillag-kettős összeolvadása. Mágneses erővonalak és az anyagsűrűség eloszlása az összeolvadás pillanatában. *Forrás: FIAS/GU/AEI*

GW: új vizsgálati módszerek

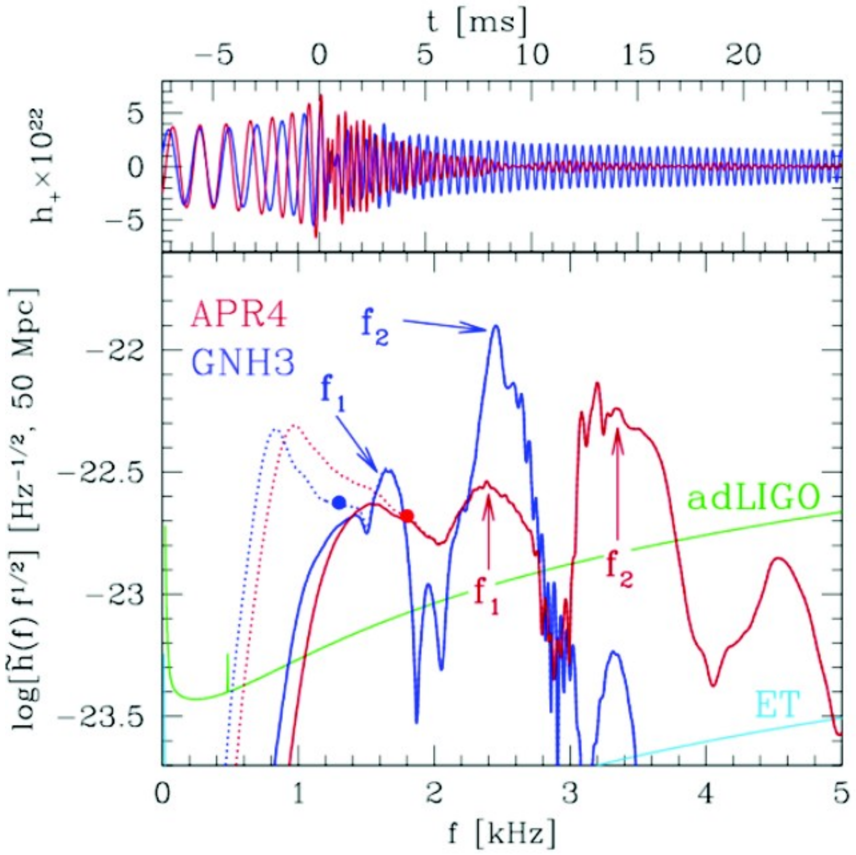
- Minden EoS külön “újjlenyomat”

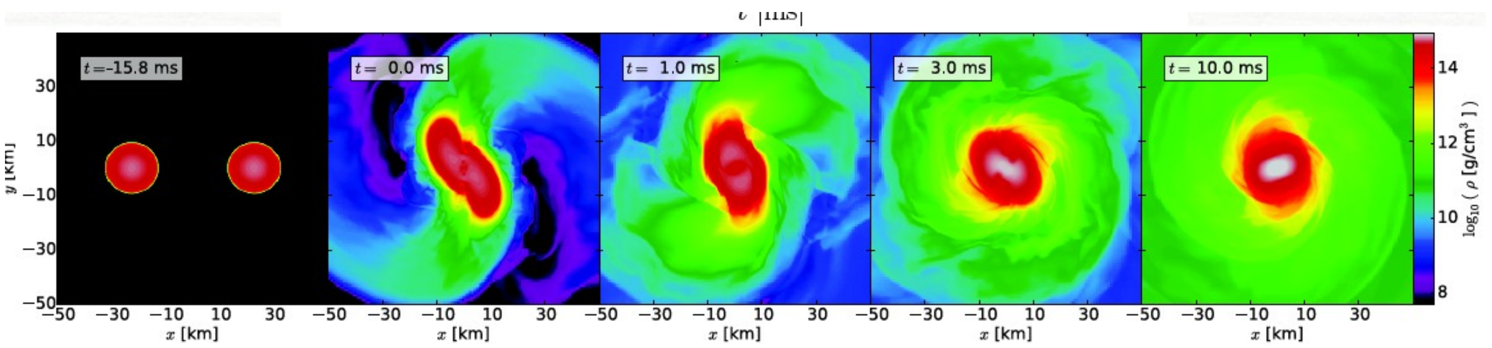




GW: új vizsgálati módszerek

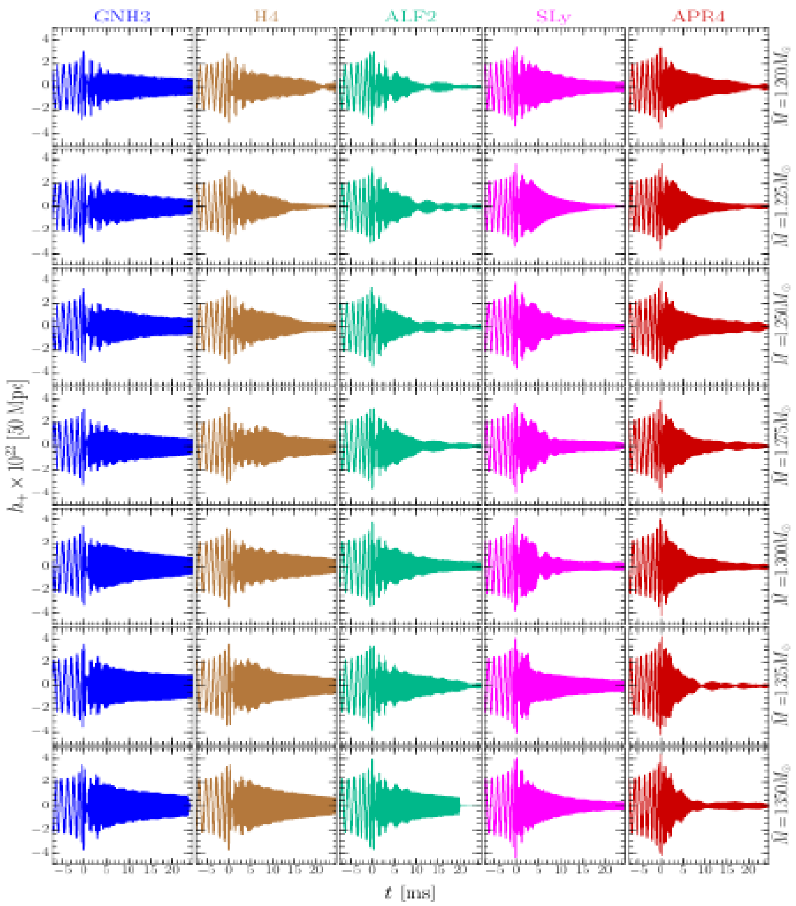
- Minden EoS külön “újjlenyomat”

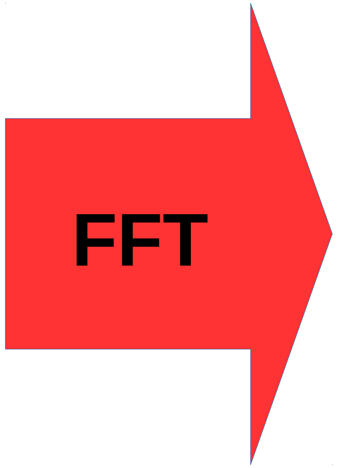


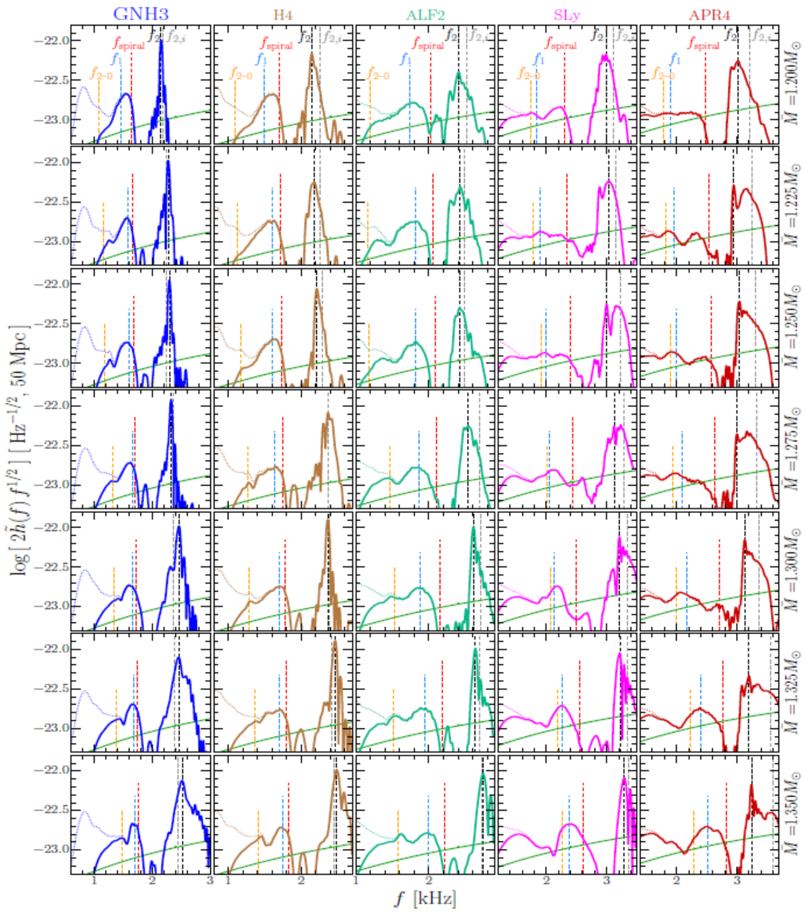


GW: új vizsgálati módszerek

- Minden EoS külön “újjlenyomat”

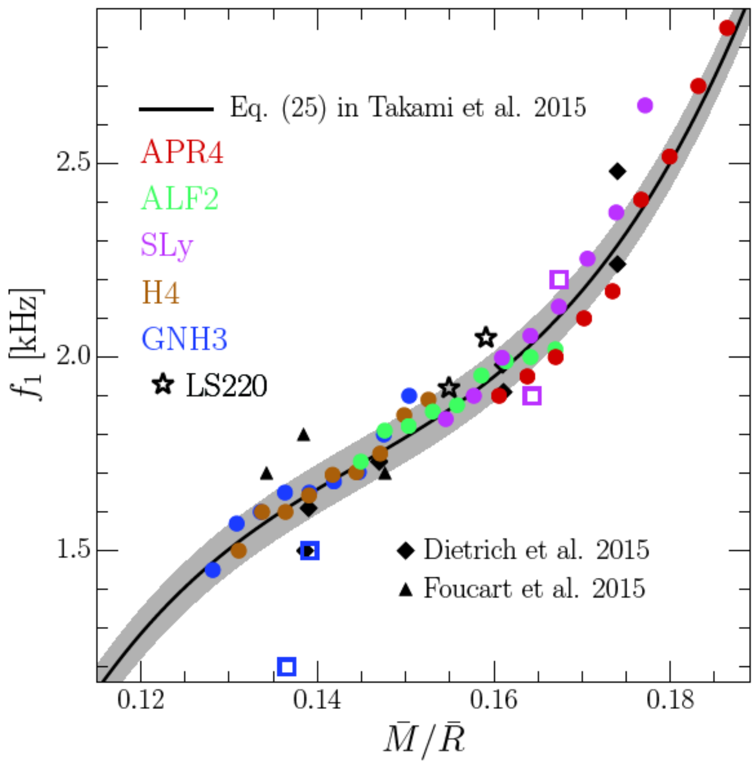


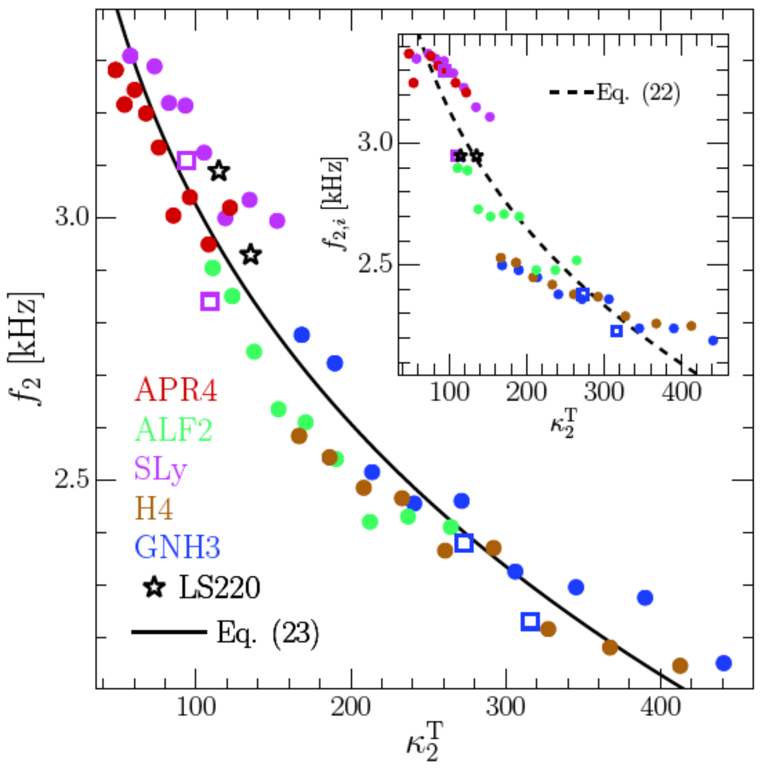


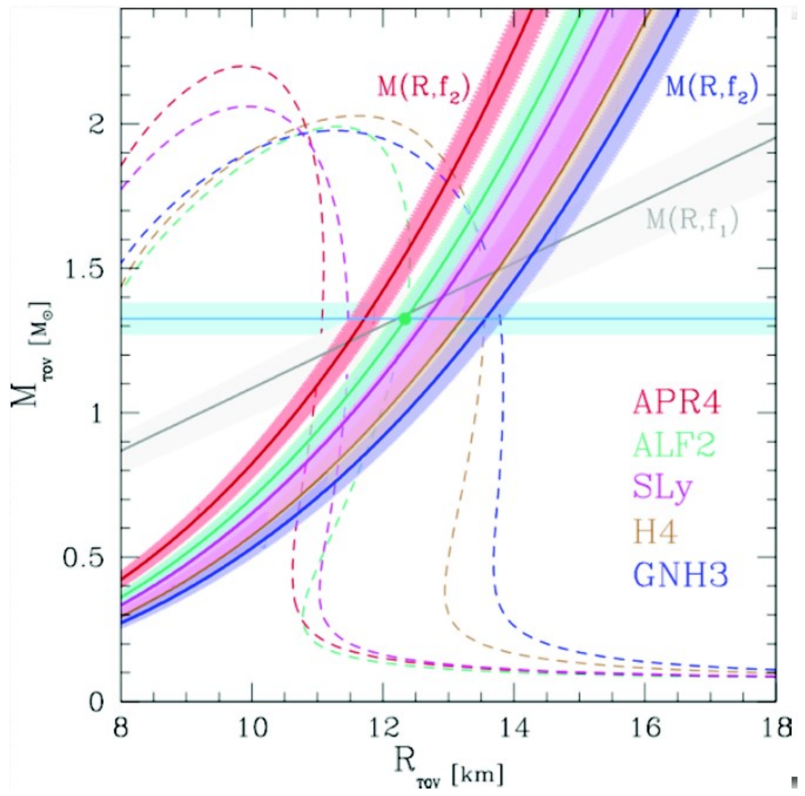


GW: új vizsgálati módszerek

- Az összeolvadó és a lecsengő frekvenciák, erősen tömegfüggőek

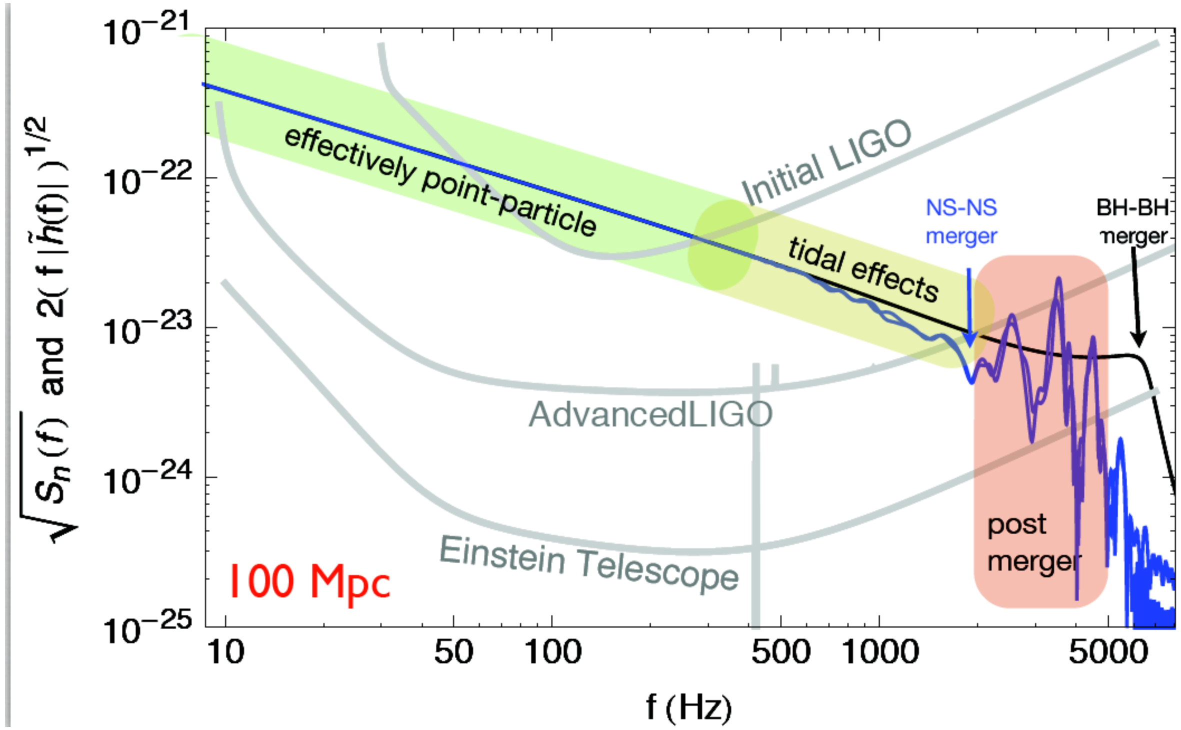


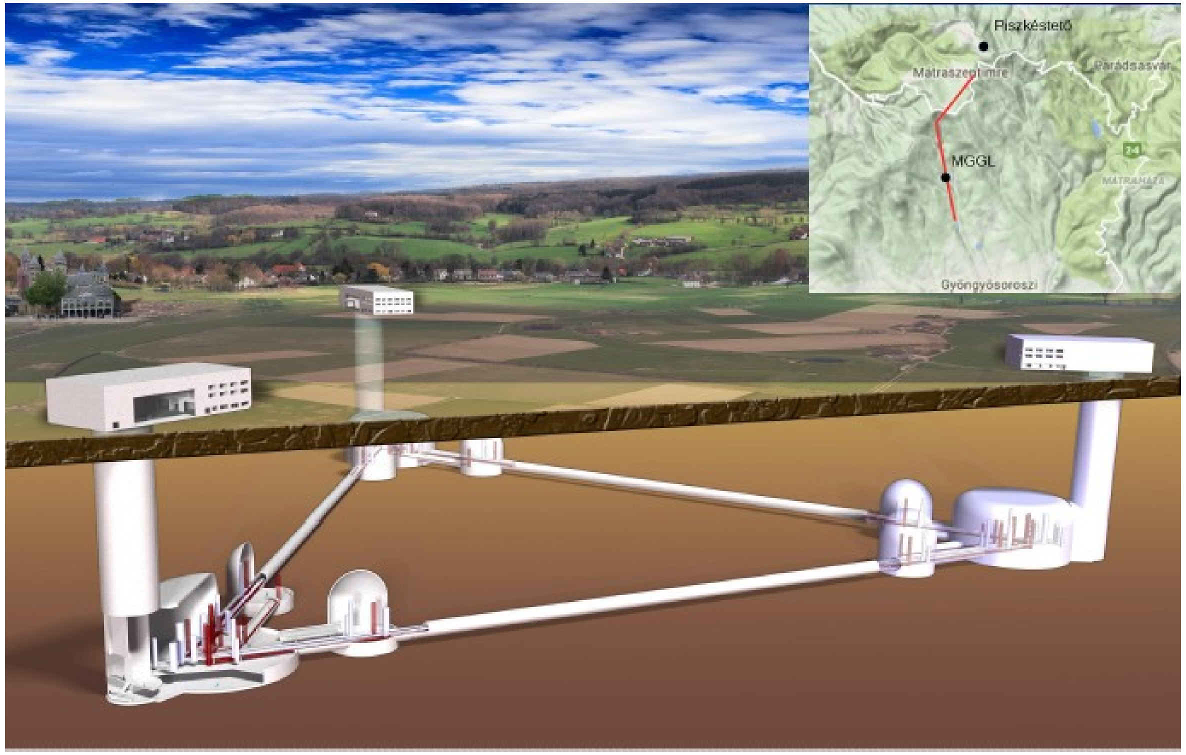




GW: új vizsgálati módszerek

- Einstein teleszkóp: miért lenne jó?



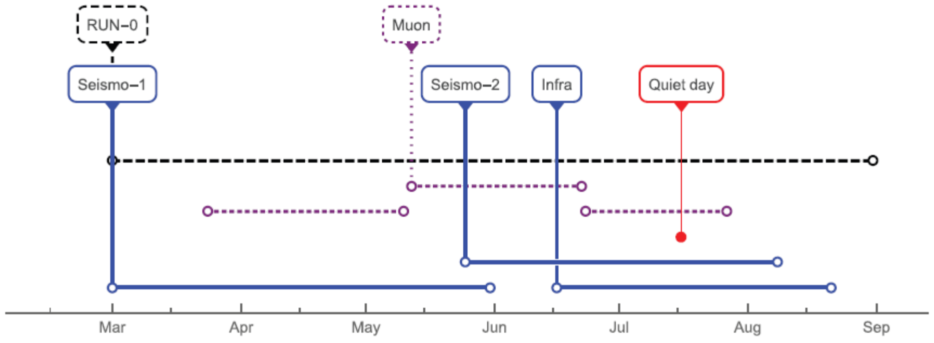


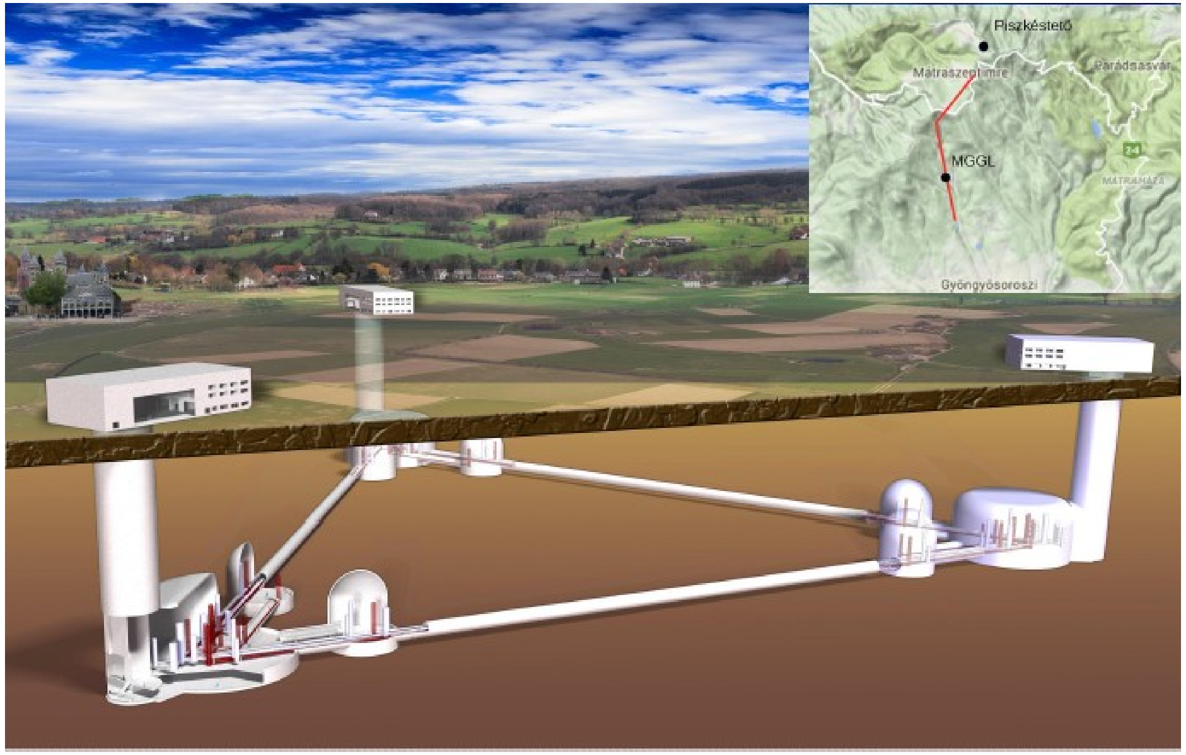
GW: új vizsgálati módszerek

- Einstein teleszkóp: miért lenne jó?
  Class & Quant Grav. 34 (2017)1144001

First report of long term measurements of the MGGL laboratory in the Mátra mountain range

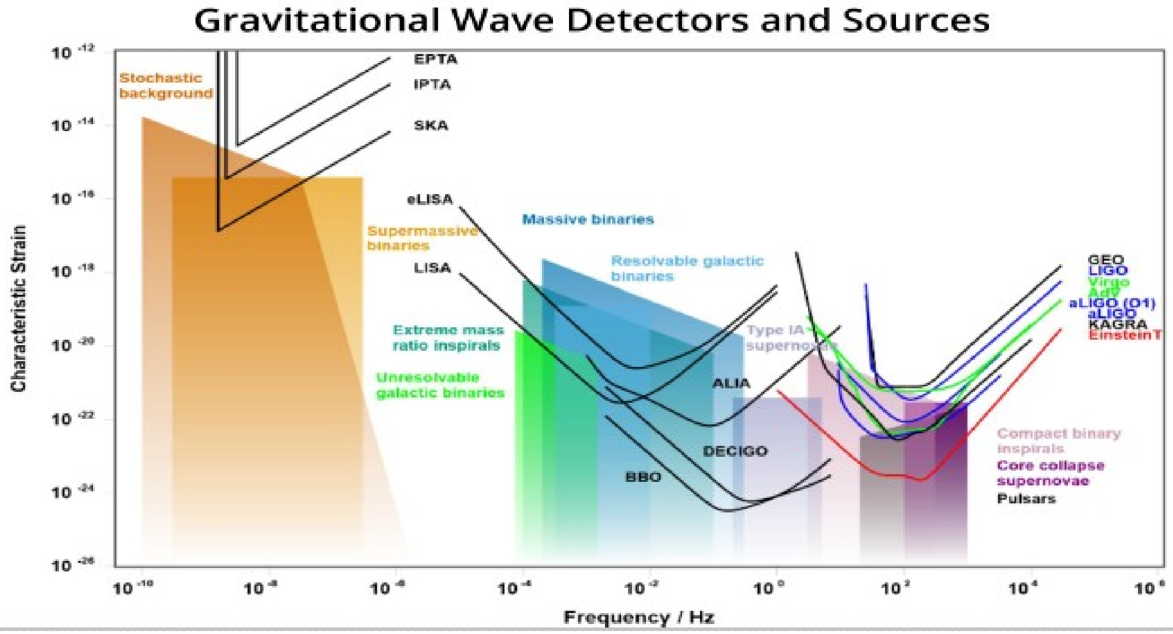
G G Barnaföldi[1], T Bulik[8,9], M Cieslar[8], E Dávid[1], M Dobróka[4], E Fenyvesi[3], D Gondek-Rosinska[10], Z Gráczer[2], G Hamar[1], G Huba[1], Á Kis[2], R Kovács[1,5], I Lemperger[2], P Lévai[1], J Molnár[3], D Nagy[3], A Novák[2], L Oláh[1], P Pázmándi[1], D Piri[2], L Somlai[1], T Starecki[7], M Suchenek[7], G Surányi[11], S Szalai[2], D Varga[1], M Vasúth[1], P Ván[1,5], B Vásárhelyi[6], V Wesztergom[2] and Z Wéber[2]





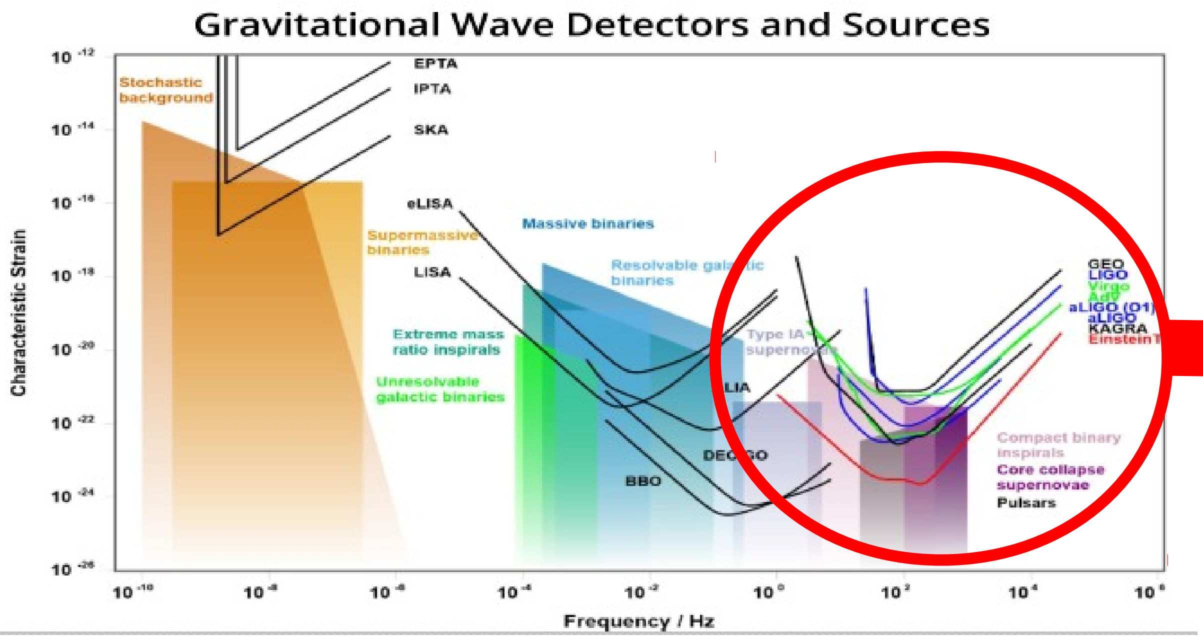
GW: új vizsgálati módszerek

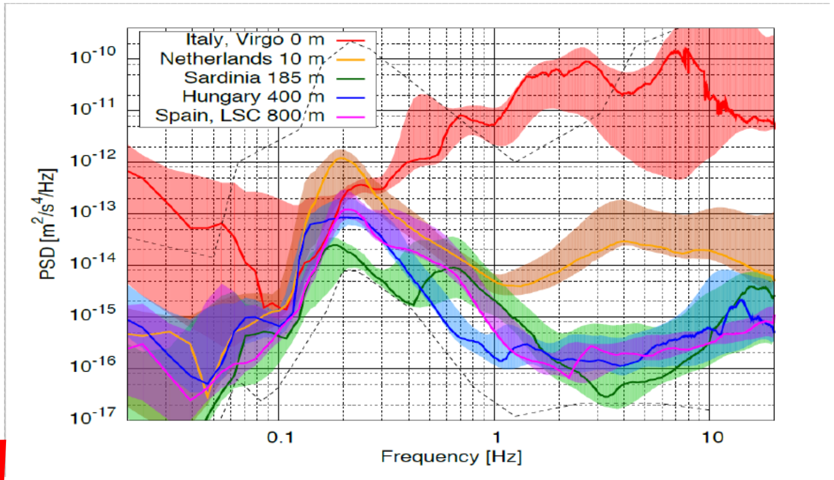
- Einstein teleszkóp: miért lenne jó?
  Class & Quant Grav. 34 (2017)1144001

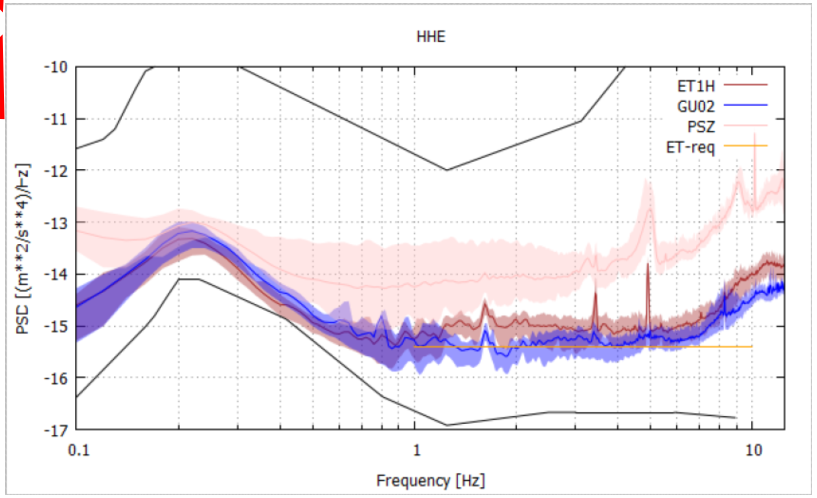


GW: új vizsgálati módszerek

- Einstein teleszkóp: miért lenne jó?
  Class & Quant Grav. 34 (2017)1144001







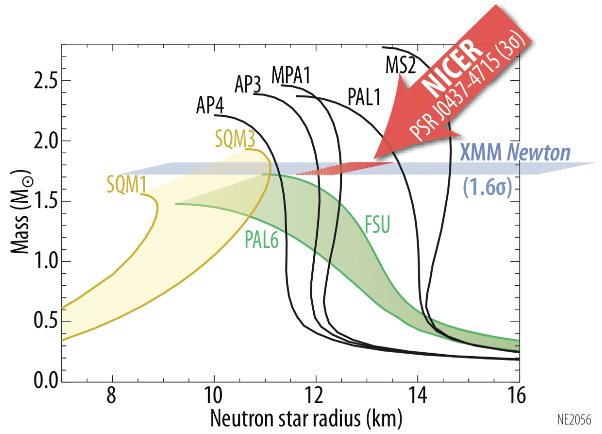
Hazai kutatások

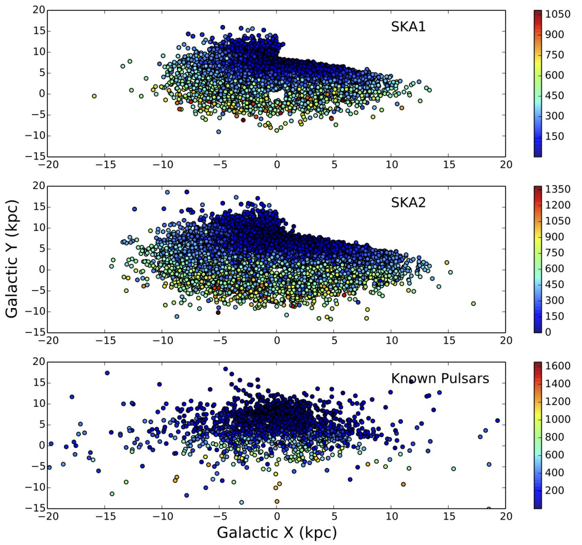
- Szupersűrű maganyag állapotegyenletének elméleti vizsgálata
  - Nemlineáris szigma modell fejlesztése, közepes energiás ütközések BUU GSI/FAIR & NICA (**Kovács P**)
  - Neutroncsillag állapotegyenlet FRG módszerrel, extra dimenziós csillaganyag elméleti vizsgálata
  - Szupernóva kutatások, nukleonszintézis
  - Rács QCD számolások (Budapest Wuppertal group)
  - Gamma Burstok vizsgálata (**Bagoly Zs, Horváth I**)
  - Gravitációelméleti kutatások (**Barta D, Ván P**)
- Erősen kölcsönható anyag fázisainak kísérleti vizsgálata
  - CERN SPS: NA61/SHINE (adatelemzés, detektorfejlesztés és szimuláció)
  - BNL RHIC: PHENIX BES (adatelemzés)
  - GSI/FAIR & DUBNA NICA & MAP (detektorfejlesztés, detektorszimuláció)
  - GW elemzés LIGO/Virgo (**Dálya G, Kocsis B**) Einstein teleszkóp (**Ván P**)

A kompakt csillag kutatás jövője

Jövőbeli megfigyelések

- **Legújabb eszközök**
  - GW: LIGO/VIRGO
  - EM: NICER, FERMI, NEWTON XMM, teleszkópok
  - HIC: RHIC BES, CERN SPS NA61, CERN LHC ALICE
- **Tervzett megfigyelőeszközök**
  - GW: ad LIGO/VIRGO (2017-), India, ET
  - EM: eROSITA (2020), SKA (2025)
  - HIC: NICA (2018), RHIC sPHENIX/STAR, FAIR/GSI (2020), CERN LHC ALICE Run3 (2020)





Elméleti perspektívák

- **Legújabb elméleti módszerek**
  - Magfizika: Lehülés, fázsszerkezet & EoS (T,B,EM), LQCD, FRG
  - GR: forgás + elektromágneses tér, alternatív GR,

    Állapotegyenlet adatbázis → CompOSE https://compose.obspm.fr/
- **Jövőbeli elméleti irányok**

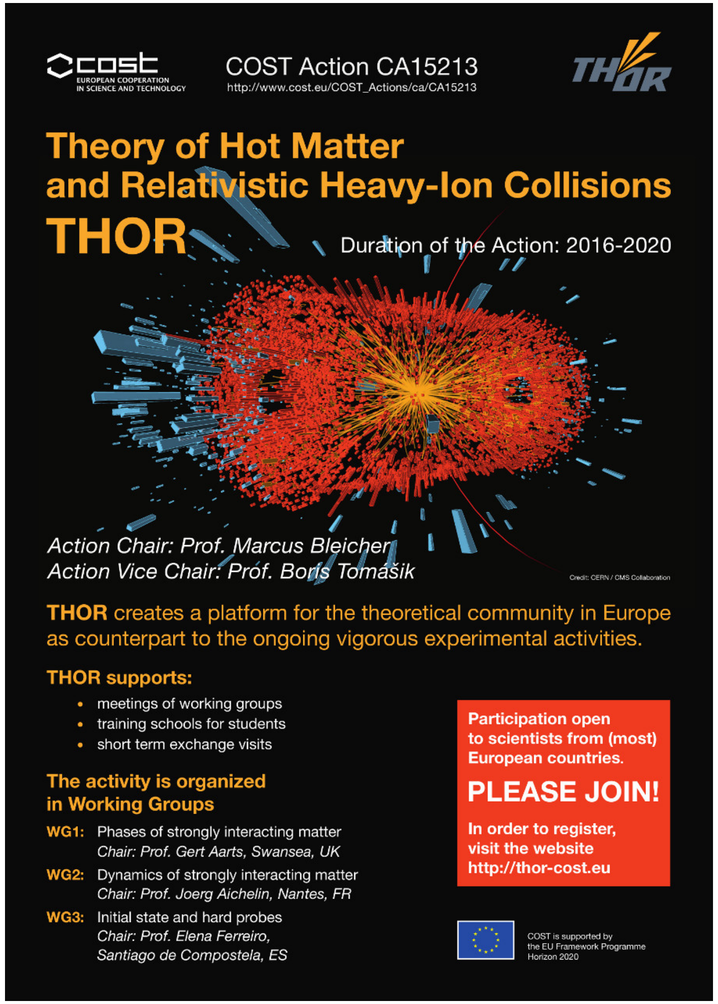
  Erőforrások: IT + megfigyelés & kísérleti adatok + új elméletek
  - Magfizika: Egyesített EoS “GuEoS” B, T (PRN), NS, SN, LQCD numerikus módszerek, fázisdiagram feltérképezése.
  - GR: Fejletebb template-ek, alternatíve GR, numerikus módszerek

    ...több adat és EoS megszorítás → CompOSE

Kutatási támogatások

- **THOR EU COST Action CA15213**
  Theory of Hot Matter and Relativistic Heavy Ion Collisions (2016-2020)
  http://thor-cost.eu

- **PHAROS EU COST Action CA16214**
  The multi-messenger physics and astrophysics of neutron stars (2017-2021)
  http://www.pharos.ice.csic.es/



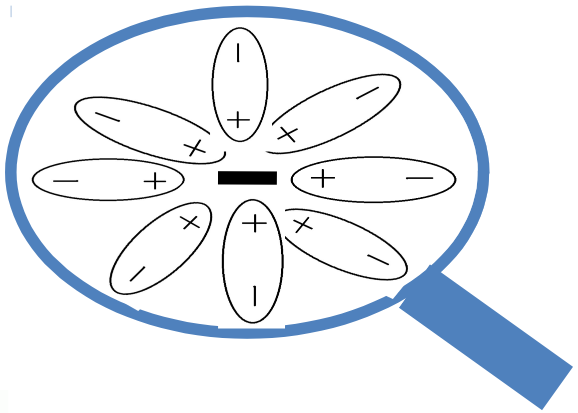
infó: compstar@lists.kfki.hu

2. Rész: Saját kutatások

Saját kutatások #1

(1) EoS meghatározása FRG alapján: Pósfay Péter, Jakovác Antal
PASA 35 (2018) 19, PRC97 (2018)025803, PRD95 (2017) 025004

Motiváció: EoS FRG alapján



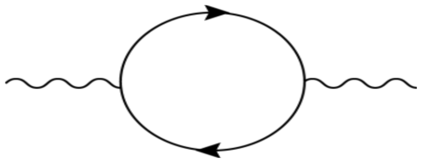
- **Megfigyelés:** egy ponttöltés polarizálja a közeget, amely hatás okán a közegbeli töltés nagysága megváltozik
- **Alapötlet:** A kölcsönhatás miatt a mérhető (effektív) tulajdonságok értéke eltér a “csupasz” mennyiségektől.
- **Kvantumkorrekciók:**
  - Heisenberg-féle határozatlanság

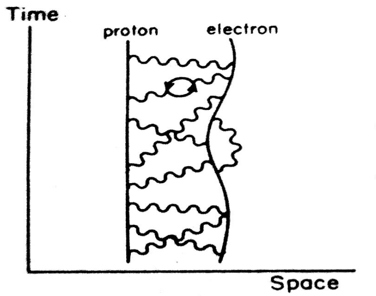
    nagyenergiás folymatok kis időskálán megengedettek
  - Párkeltés & annihiláció

    bozonikus propagátor módosul a párkeltés miatt
  - Önkölcsönhatás

    A kölcsönhatás a sok fluktuáció felösszegzése

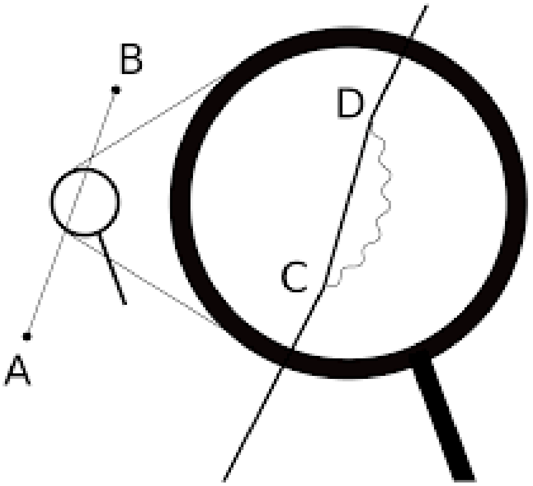
$$\Delta E\ \Delta t\ \geq \frac{\hbar}{2}$$



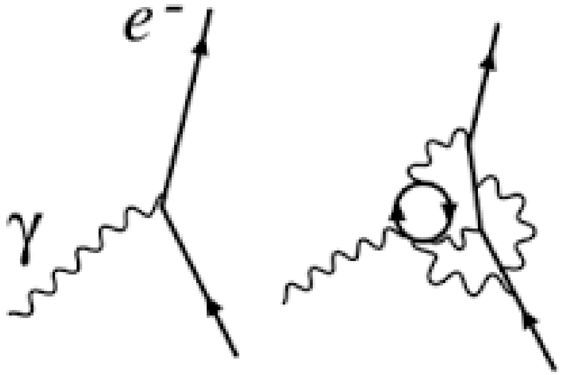


Motiváció: EoS FRG alapján

- Az effektív hatás mehatározása nehéz feladat a térelméletben: pl. szupersűrű maganyag EoS ($T \rightarrow 0$, véges μ)
- A kvantumfluktuációkat a k skálával tudjuk figyelembevenni
  - Klasszikus hatás, $S = \Gamma_{k \rightarrow \Lambda}$ az UV határesetben, $k \rightarrow \Lambda$
  - Kvantum hatás, $\Gamma = \Gamma_{k \rightarrow 0}$ az IR határesetben, $k \rightarrow 0$
- FRG módszer
  - Folytonos átmenet a makroszkopokus → mikroszkopikus
  - RG módszer a kvantumtérelméletre
  - Nem-perturbatív módszer
  - Független a csatolstól
  - DE: Technikailag NAGYON nem triviális



$$\Lambda \xrightarrow{\text{scale, } k} 0$$



Funkcionális Renormalizációs Csoport (FRG)

- Az FRG egy általános nemperturbatív módszer, amellyel megkapható a rendszer effektív hatása.
- **Skálafüggő effektív hatás (k skálaparaméter)**

$$\partial_k \Gamma_k = \frac{1}{2} \int dp^D \, STr \left[\frac{\partial_k R_k}{\Gamma_k^{(2)} + R_k} \right]$$

Wetterich egyenlet

k=Λ
Klasszikus hatás

Integrálás

k=0
Kvantum fluktuációkkal

Funkcionális Renormalizációs Csoport (FRG)

- Az FRG egy általános nemperturbatív módszer, amellyel megkapható a rendszer effektív hatása.
- **Skálafüggő effektív hatás (k skálaparaméter)**

$$\partial_k \Gamma_k = \frac{1}{2} \int dp^D \; STr \left[\frac{\partial_k R_k}{\Gamma_k^{(2)} + R_k} \right]$$

Wetterich egyenlet

- **Integrációs ansatz**
  - Nem kell perturbativnak lennie
  - Skálafüggő a csatolás

$$\Gamma_k = \sum_{l=1}^{l=N} \frac{g_l(k)}{l!} \hat{O}_l$$

Funkcionális Renormalizációs Csoport (FRG)

- Az FRG egy általános nemperturbatív módszer, amellyel megkapható a rendszer effektív hatása.
- **Skálafüggő effektív hatás (k skálaparaméter)**

$$\partial_k \Gamma_k = \frac{1}{2} \int dp^D \; STr \left[\frac{\partial_k R_k}{\Gamma_k^{(2)} + R_k} \right]$$

Wetterich egyenlet

- **Regulator**
  - A módusok meghatározása a k skálánál
  - A “fizika” független ettől

Ansatz: kölcsönható fermion-gáz modell

Effektív hatás feltétel (ansatz):

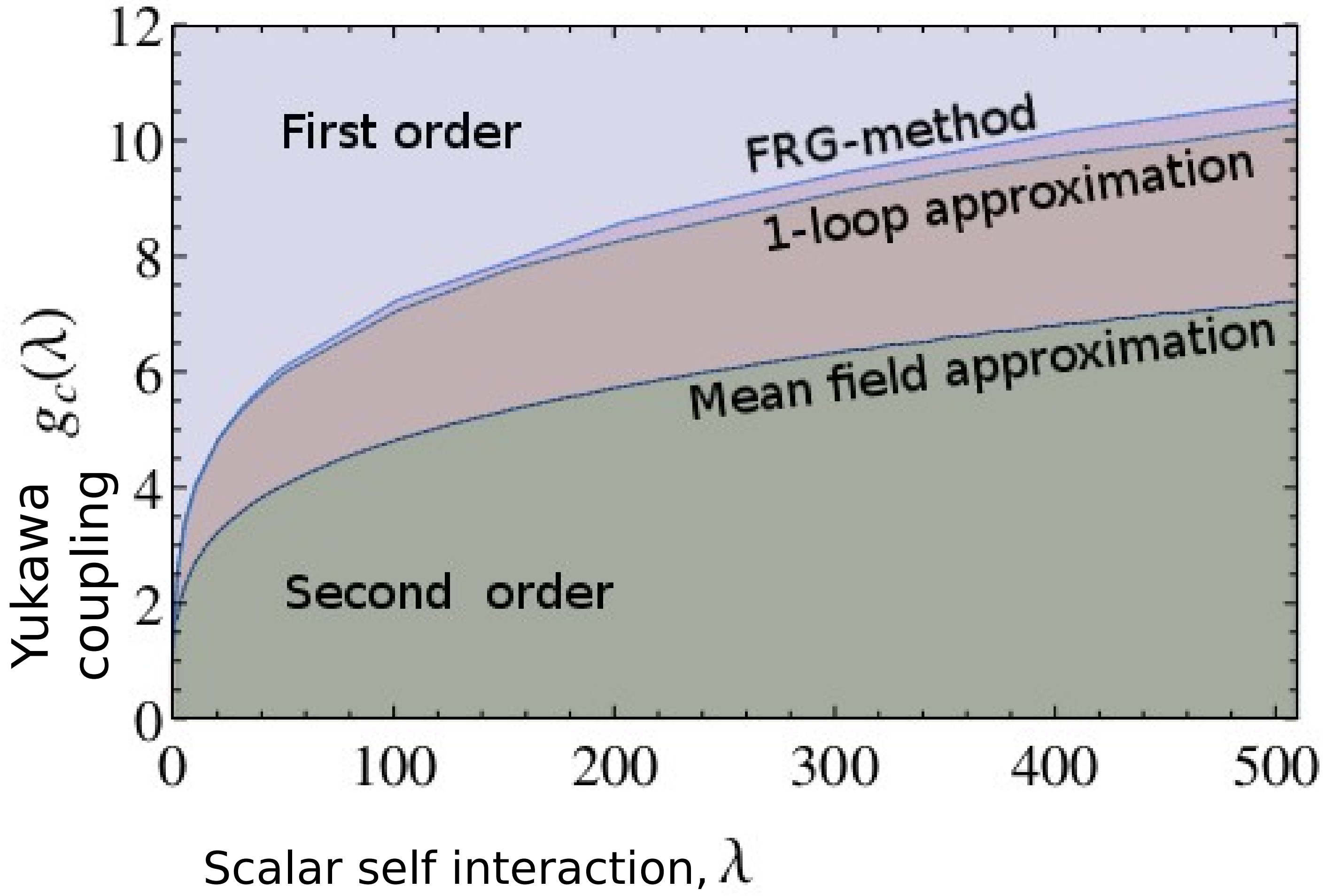
$$\Gamma_k[\varphi, \psi] = \int d^4x \left[\bar{\psi}\,(i\partial\!\!\!/ - g\varphi)\,\psi + \frac{1}{2}(\partial_\mu\varphi)^2 - U_k(\varphi) \right]$$

Fermionok : *m=0*, **Yukawa-csatolás** generálja a tömeget

Bosonok: a **potenciál** tartalmazza az önkölcsönhatást

Csak a skálafüggő potenciált vizsgáljuk!!

Eredmények: Kölcsönható fermion-gáz model fázisai



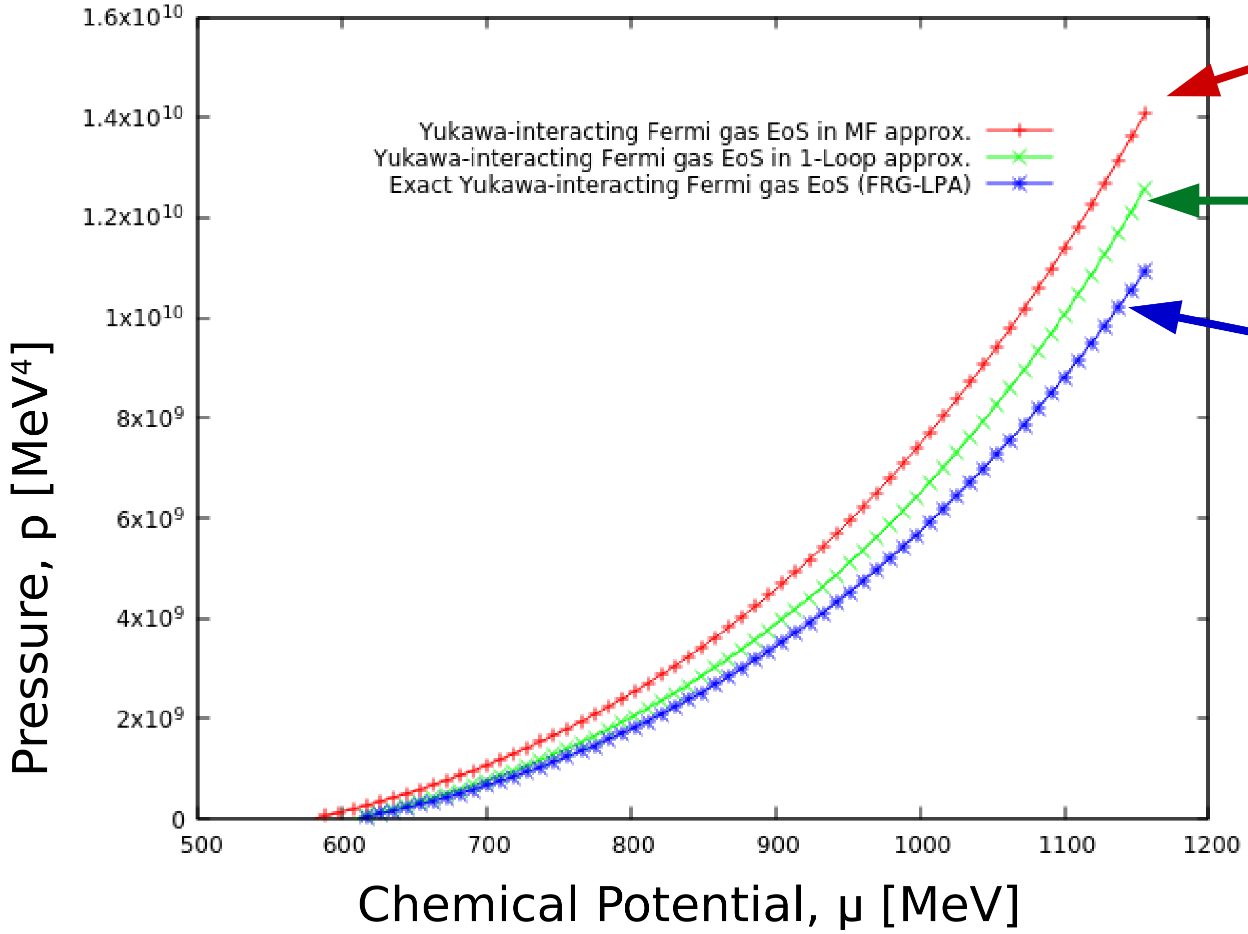
Az FRG megoldás tartalmazza a kvantumfluktuációkat

Az 1-hurok (1L) közelítésben csak a fa gráf járulékok vannak

Átlagtér közelítésben (MF) a kölcsönhatásra kiátlagolunk

A fázisszerkezet hasonló az FRG és 1L közelítésekben → vezető rend adja a legnagyobb járulékot

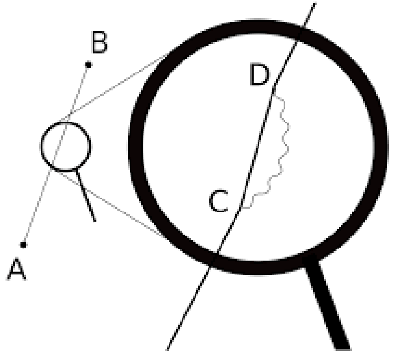
Eredmények: MF, 1L, & FRG EoS összehasonlítása



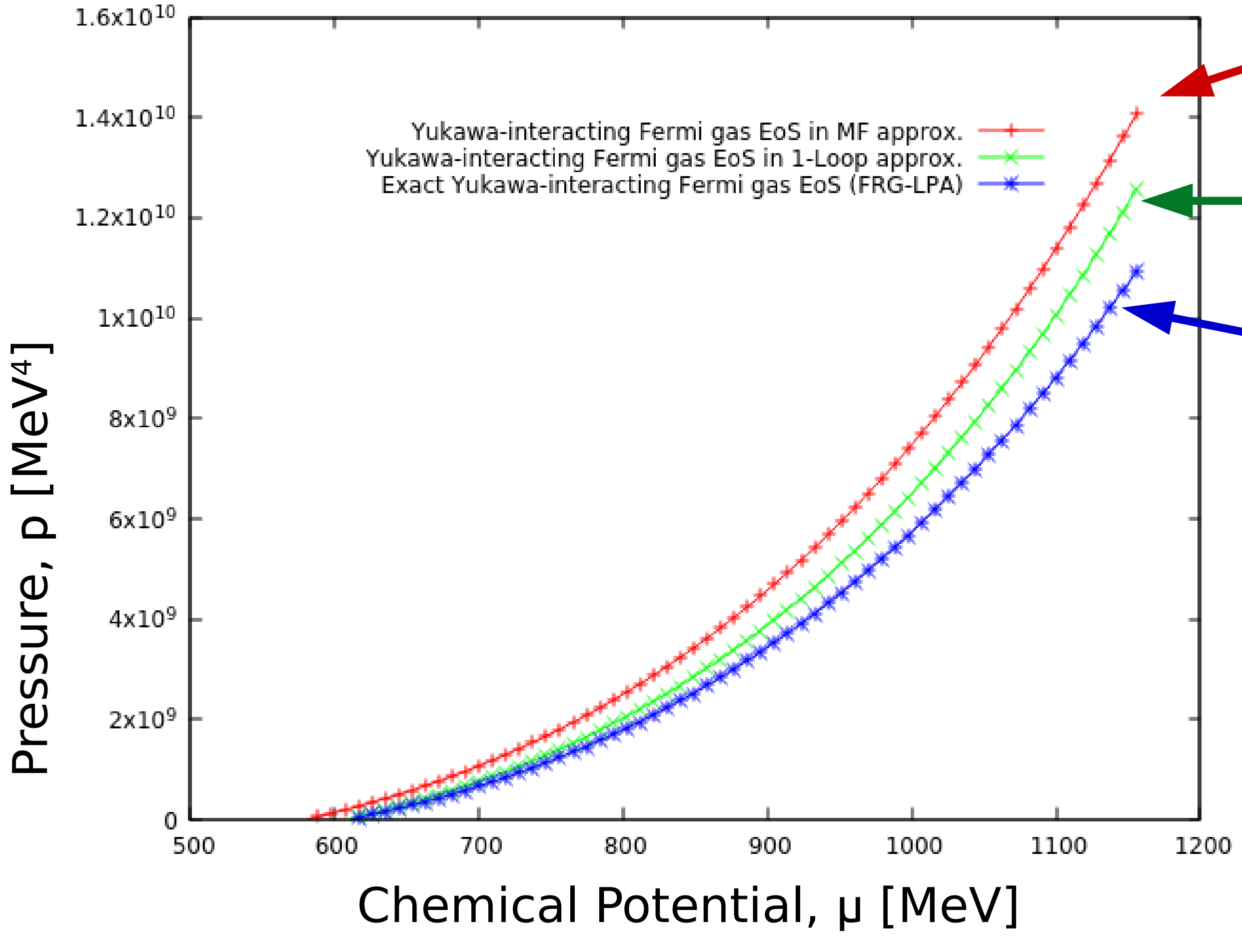
MF a legkeményebb

egyhurok közelítés (1L)

FRG megoldás a legpuhább



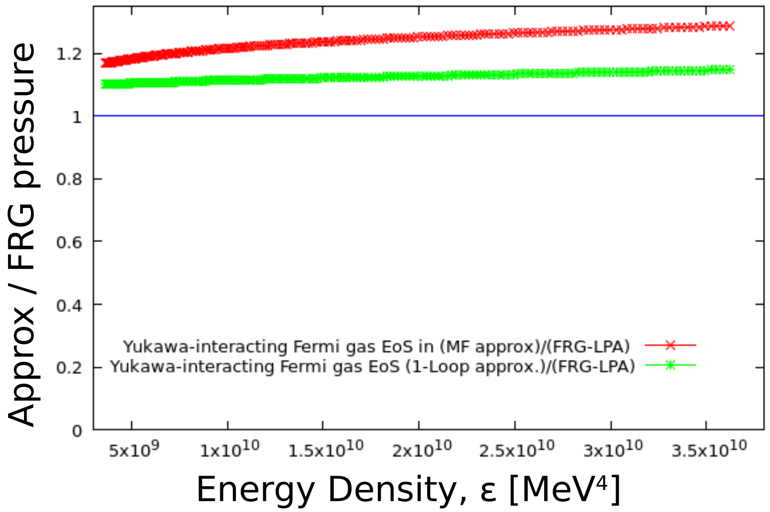
Eredmények: MF, 1L, & FRG EoS összehasonlítása



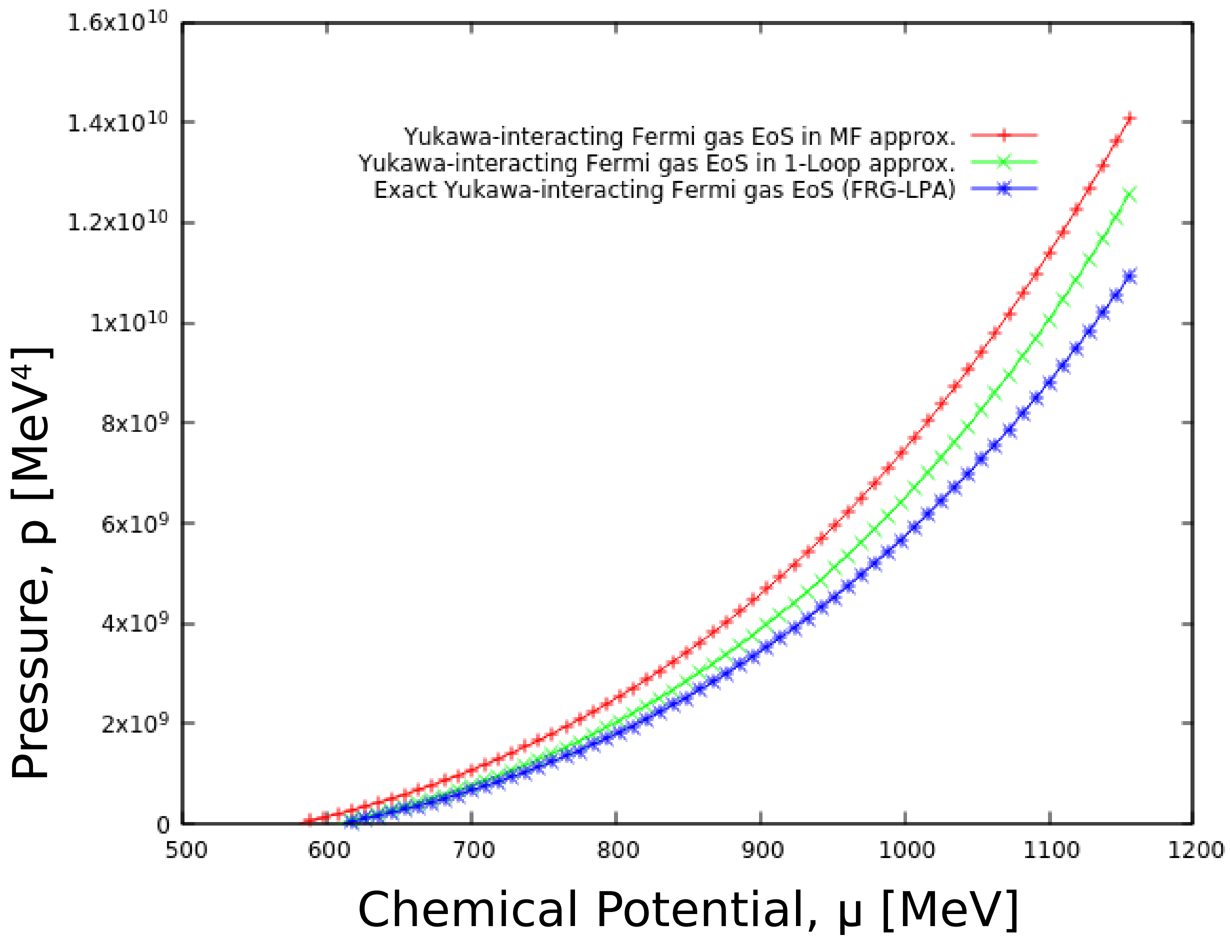
MF 25%-kal keményebb

1L 10%-kal keményebb

FRG megoldás a legpuhább

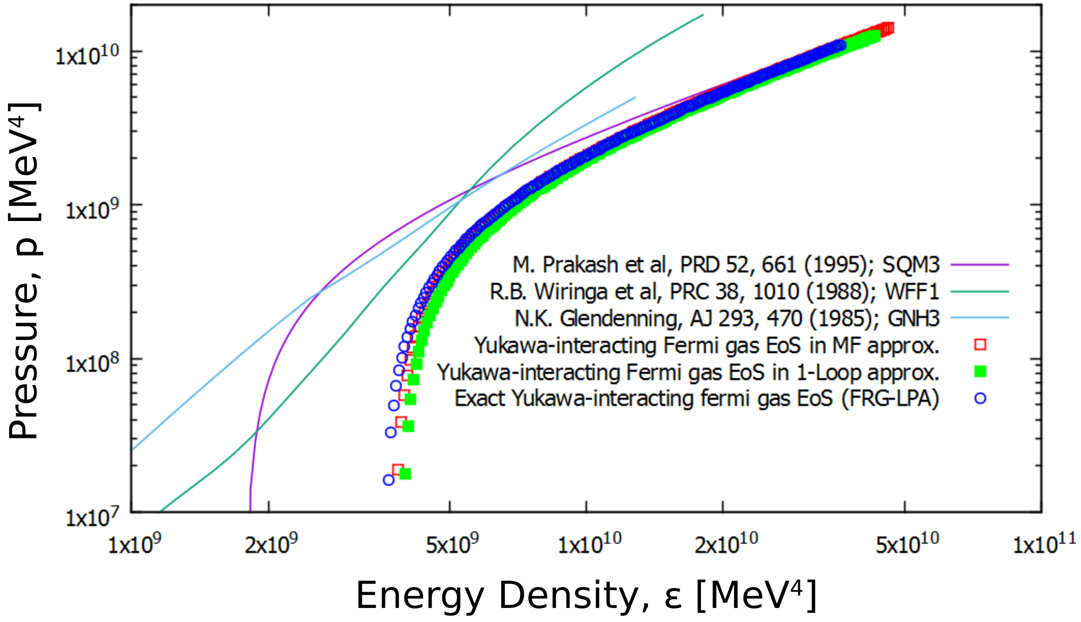


Eredmények: összehasonlítás más EoS modellel

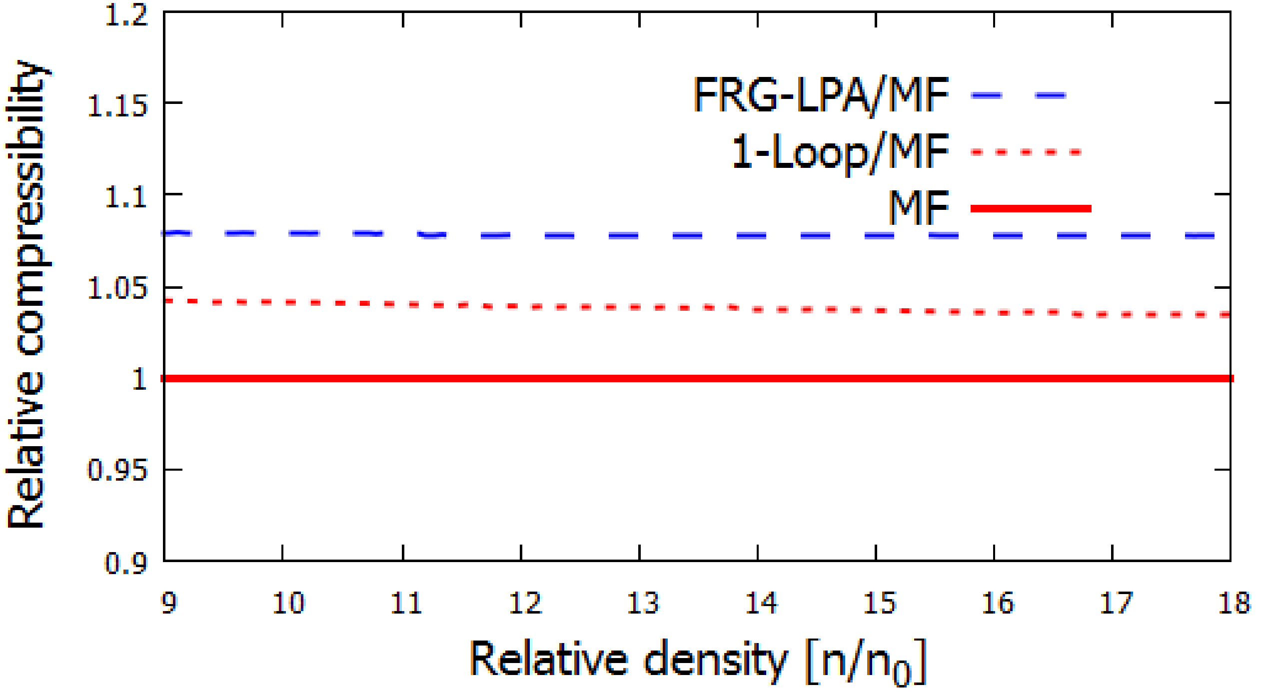


Összevetés: FRG, SQM3, GNH3, WFF1

- hasonló, mint SQM3 nagy ε-re
- levágás magasabb, ε_{Cut}
- a közelítések hasonlóak



Eredmények: kompresszibilitás összehasonlítása



Összevetés FRG, 1L és MF

- Kompresszibilitás:

$$\frac{1}{\chi} = n\frac{\partial P}{\partial n} = 2n^2\frac{\partial}{\partial n}(E/A) + n^3\frac{\partial^2}{\partial n^2}(E/A)$$

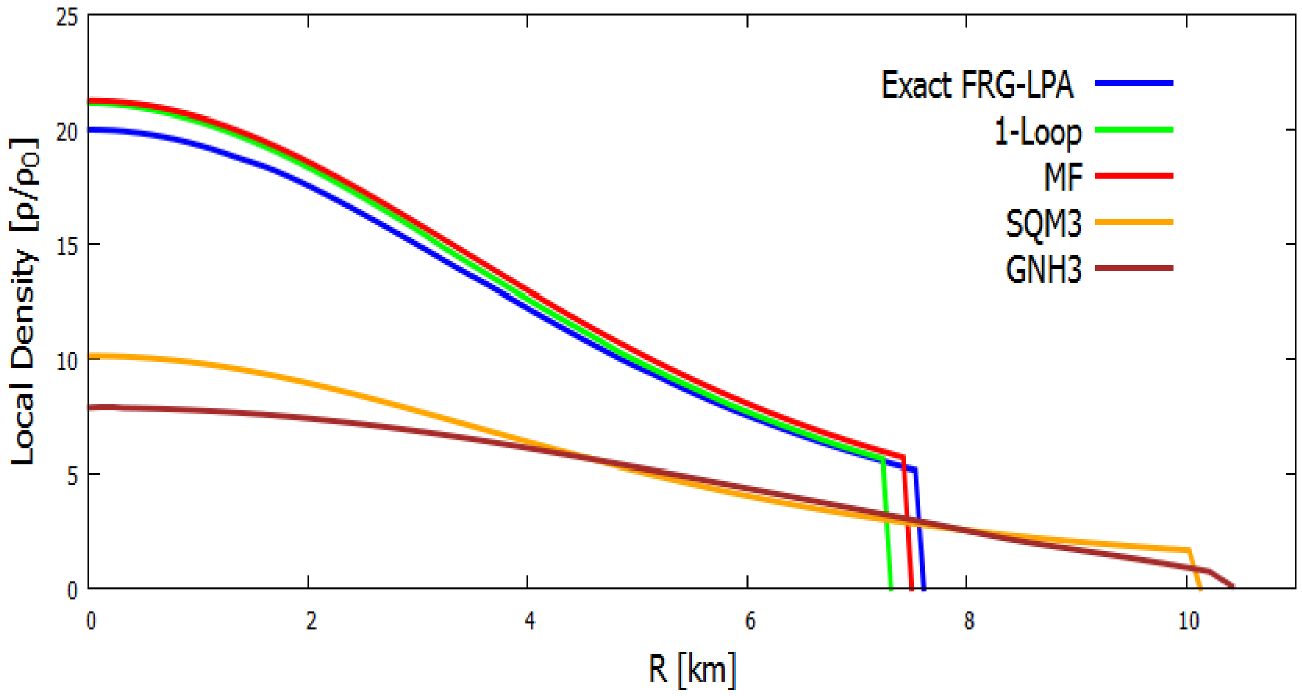
- Kompressziós együttható

$$K = k_F^2\frac{\partial^2}{\partial k_F^2}(E/A) = \frac{9}{n_0\,\chi}$$

- A modellek közötti eltérés ~10%

Eredmények: teszt kompakt csillagban

- Összehasonlítás FRG, SQM3, GNH3 → TOV eredmény: sűrűség függvény



Az FRG, 1L és MF összevetése

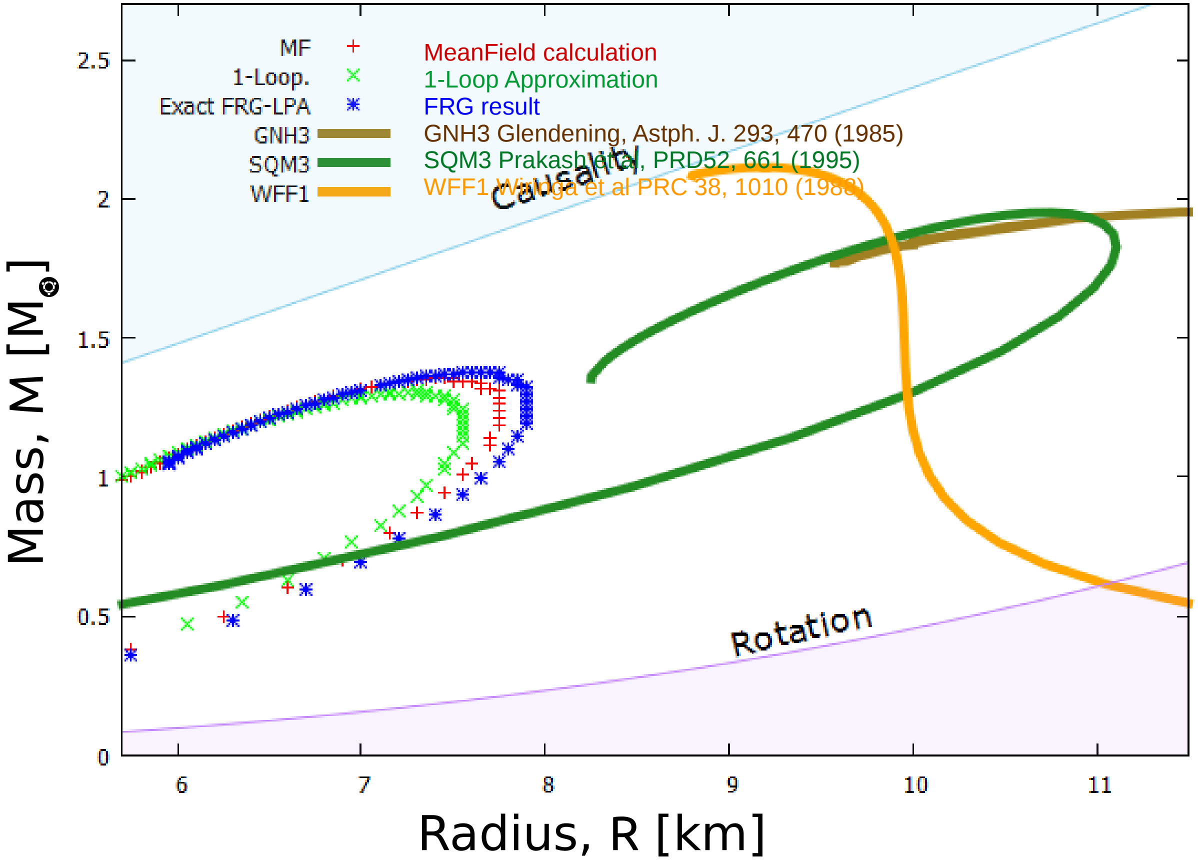
- A puhább FRG → nagyobb csillag
- A nagy-ε rész azonos mindegyikre
- Eltérés: ~5% (0.1 $M_{\odot}$ és 0.5 km)

FRG vs. SQM3, GNH3

- FRG: kis csillag 1.4$M_{\odot}$ és 8 km
- Többi modell: nagyobb sugarú kisebb központi sűrűségű csillag

Eredmények: teszt kompakt csillagban

- Összehasonlítás FRG, SQM3, GNH3, WFF1 → TOV eredmény: M(R)



Az FRG, 1L és MF összevetése

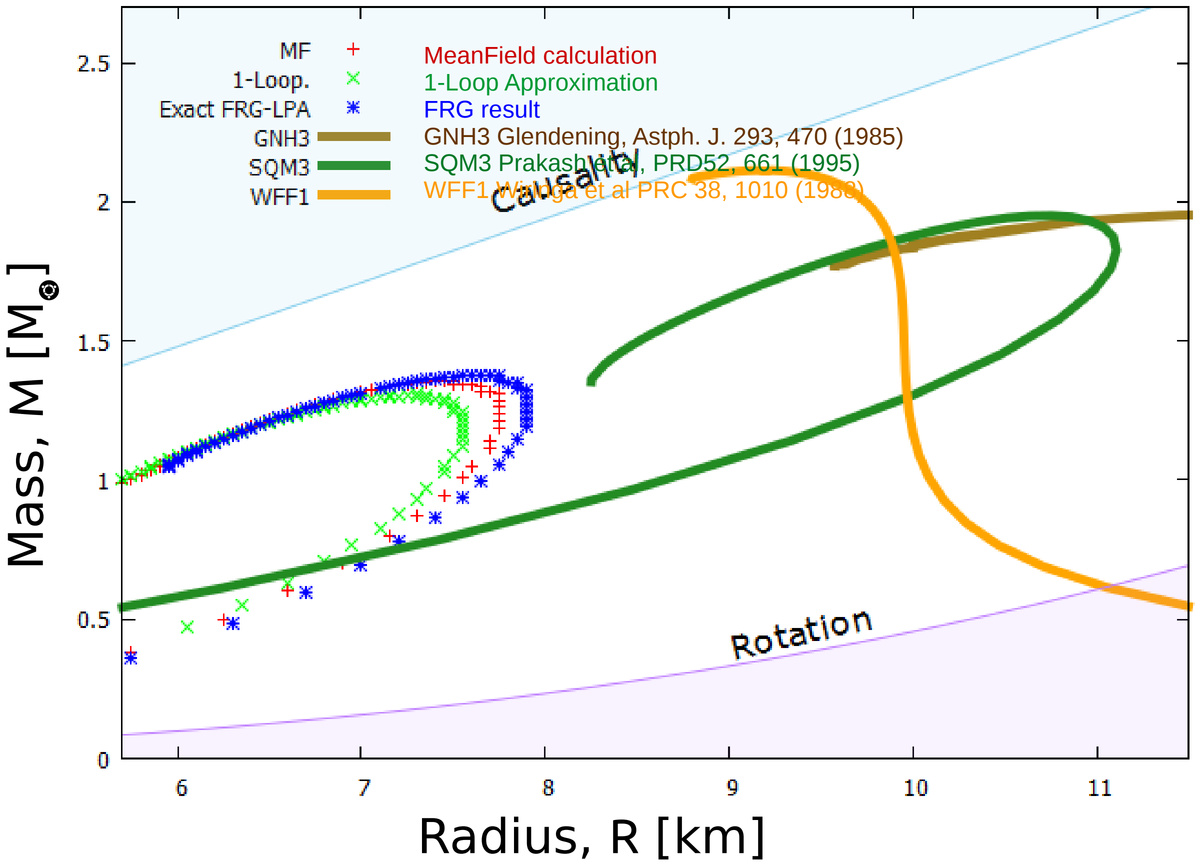
- A puhább FRG → nagyobb csillag
- A nagy-ε rész azonos mindegyikre
- Eltérés: ~5% (0.1 $M_\odot$ és 0.5 km)

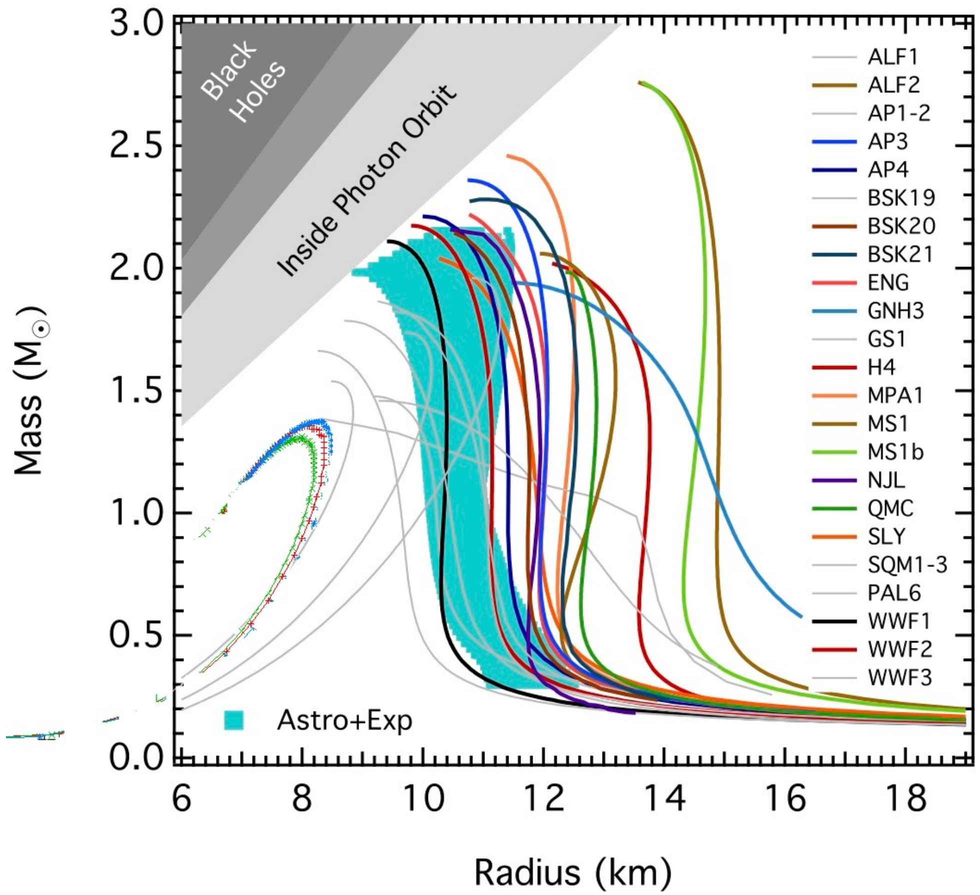
FRG vs. SQM3, GNH3, WFF1

- Kicsi csillagok 1.4 $M_\odot$ és 8 km
- Átfedés az SQM3 modellel (nagy-ε)
- További kölcsönhatással (ω), OK

Eredmények: teszt kompakt csillagban

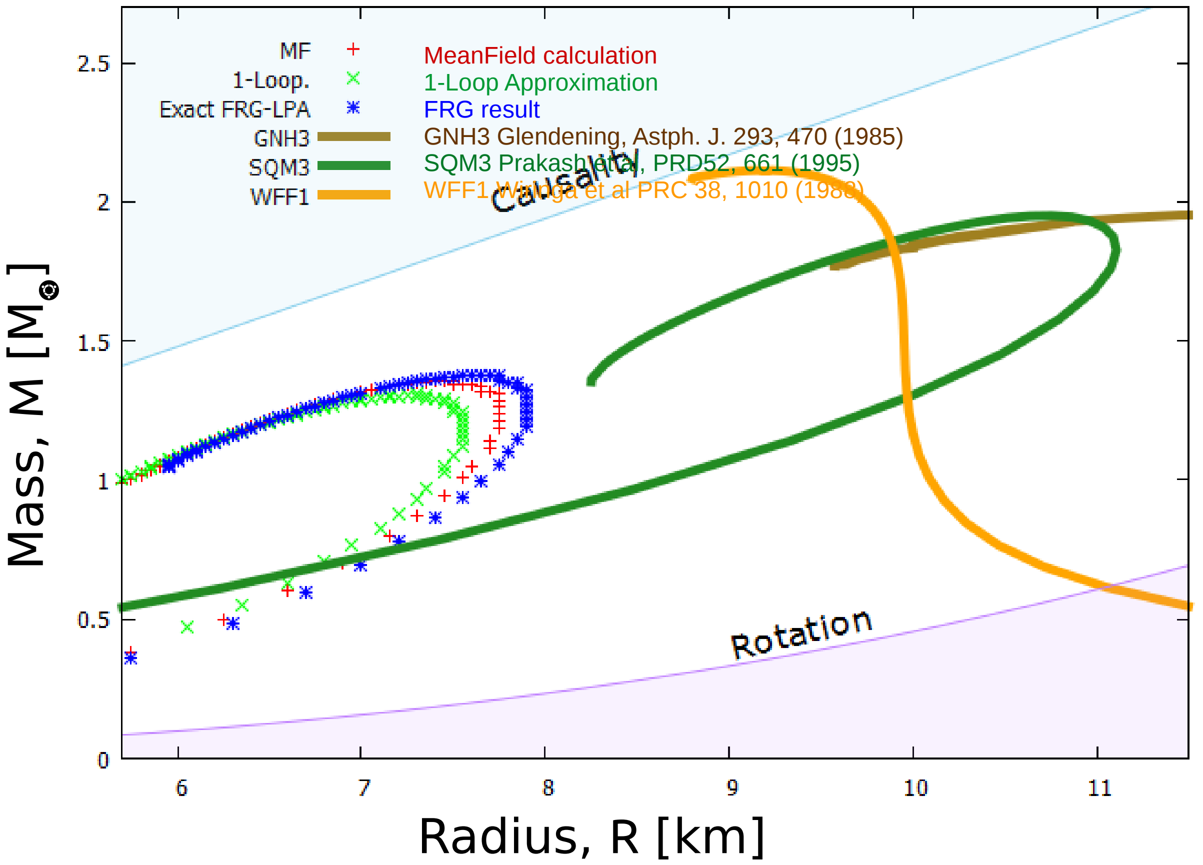
- Összehasonlítás FRG, SQM3, GNH3, WFF1 → TOV eredmény: M(R)

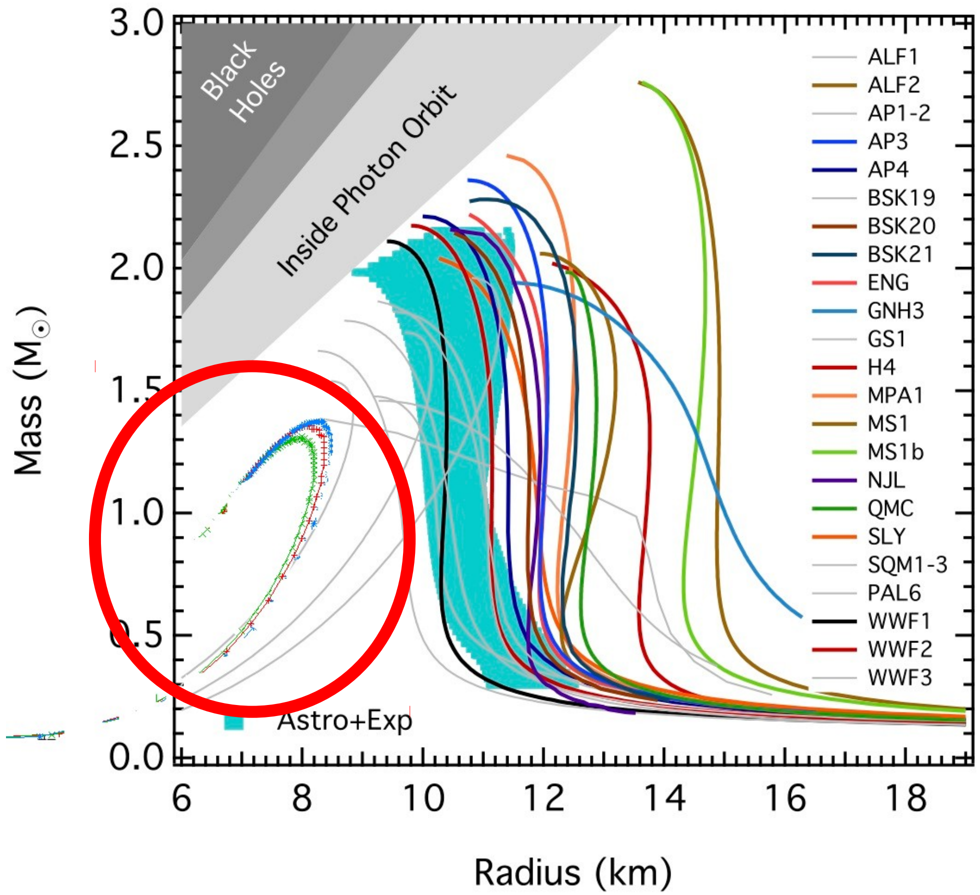




Eredmények: teszt kompakt csillagban

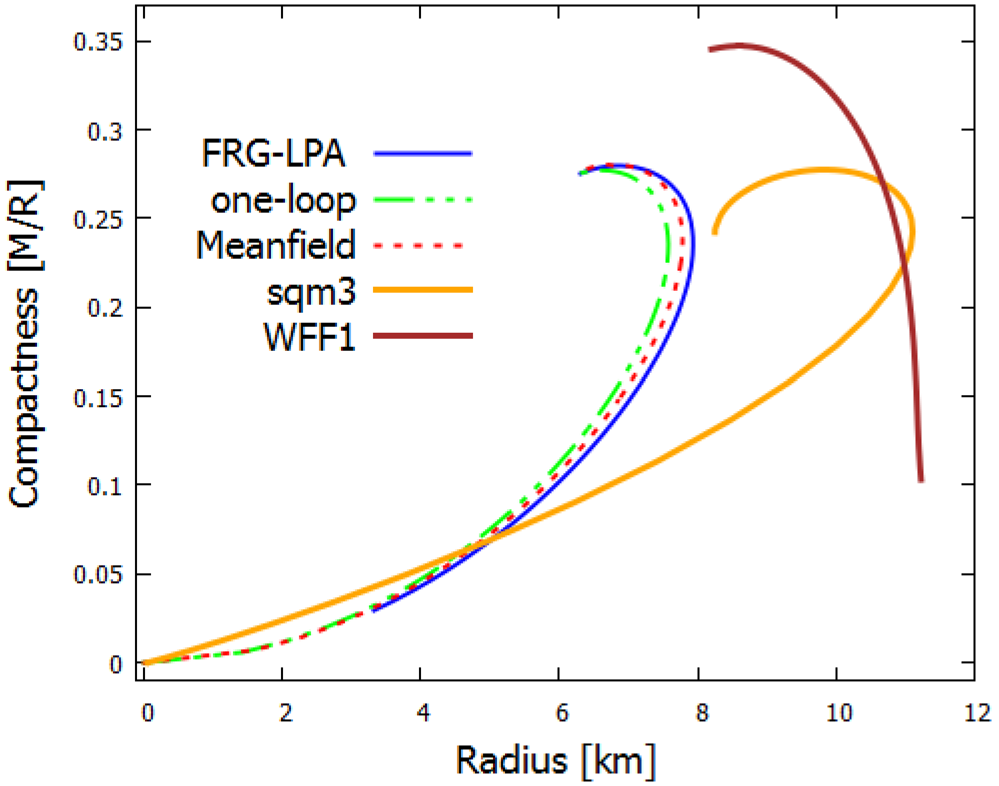
- Összehasonlítás FRG, SQM3, GNH3, WFF1 → TOV eredmény: M(R)





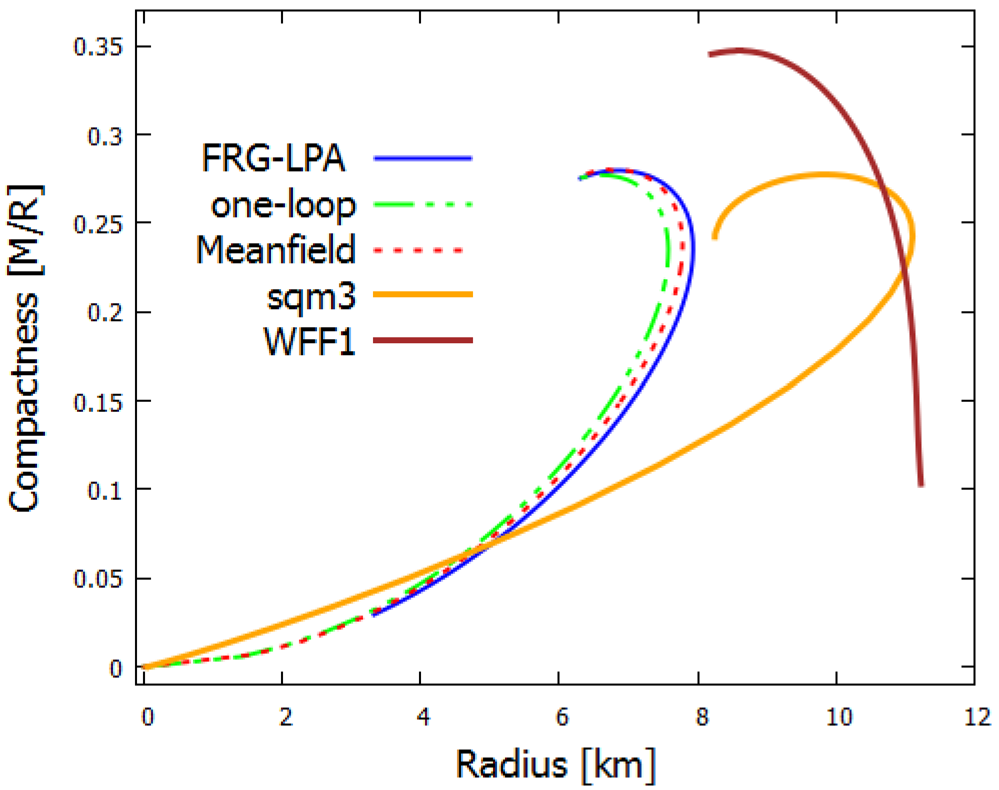
Teszt: megfigyelhető mennyiségek megváltozása

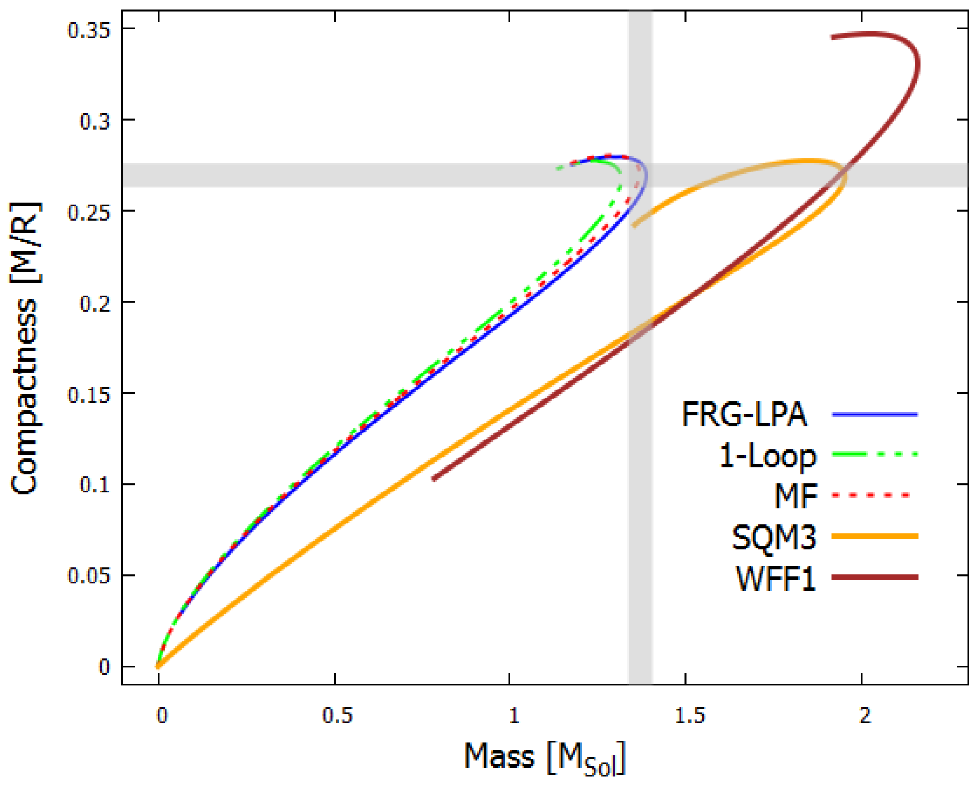
- Kompaktság összehasonlítása FRG, MF, 1L, SQM3, és WFF1 EoS



Teszt: megfigyelhető mennyiségek megváltozása

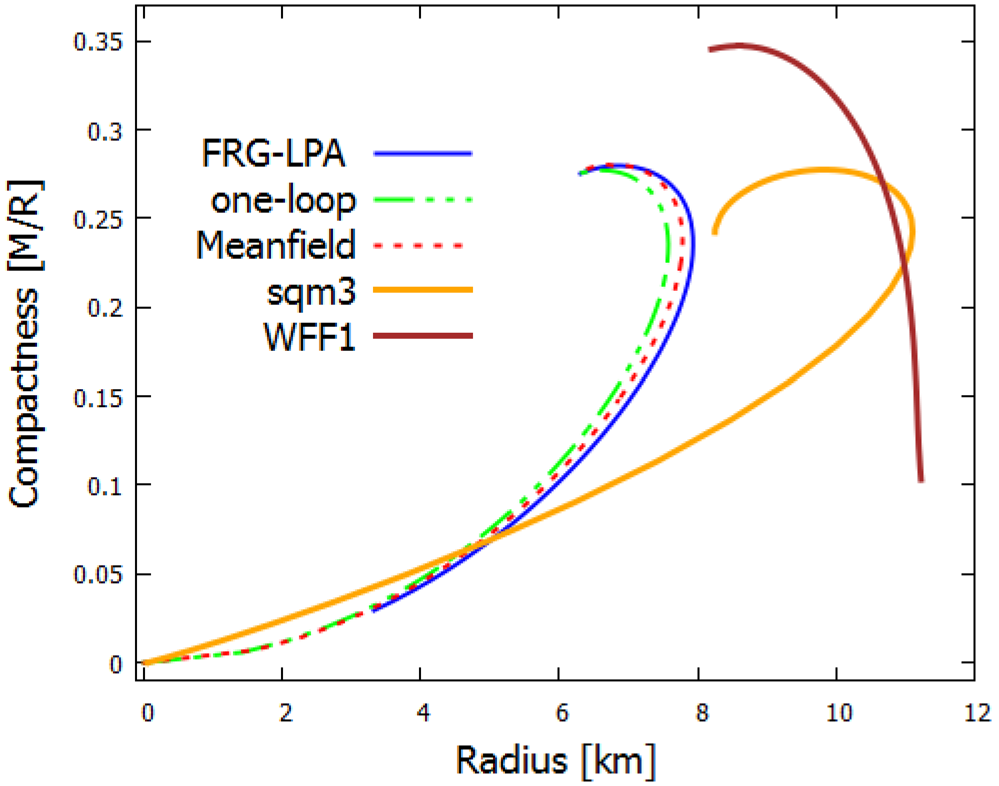
- Kompaktság összehasonlítása FRG, MF, 1L, SQM3, és WFF1 EoS

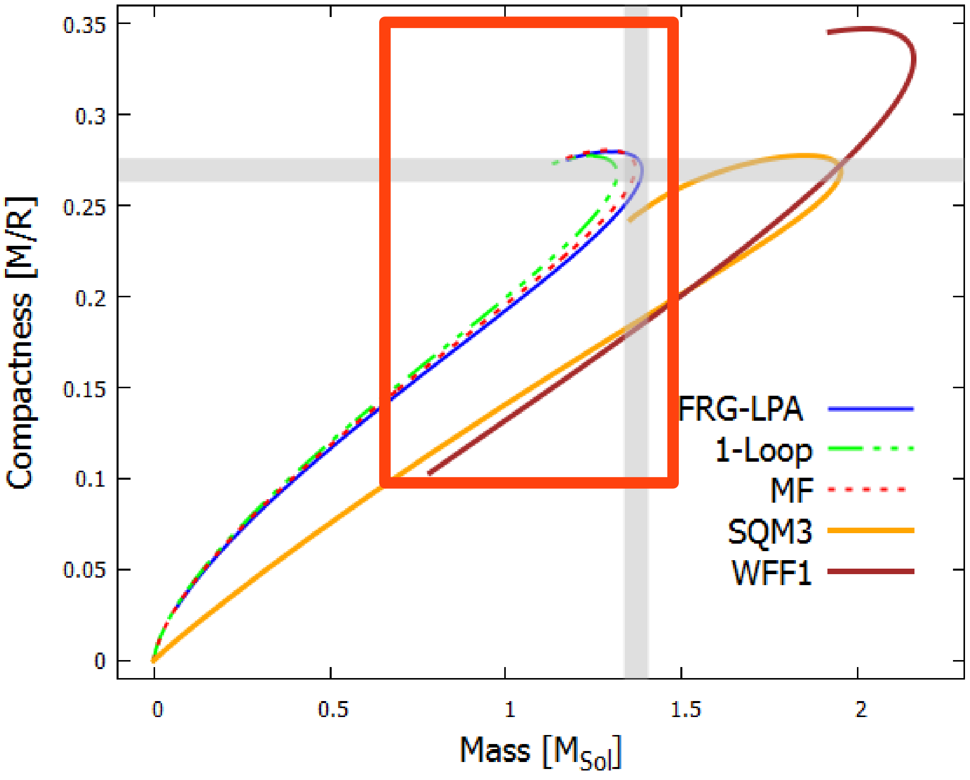




Teszt: megfigyelhető mennyiségek megváltozása

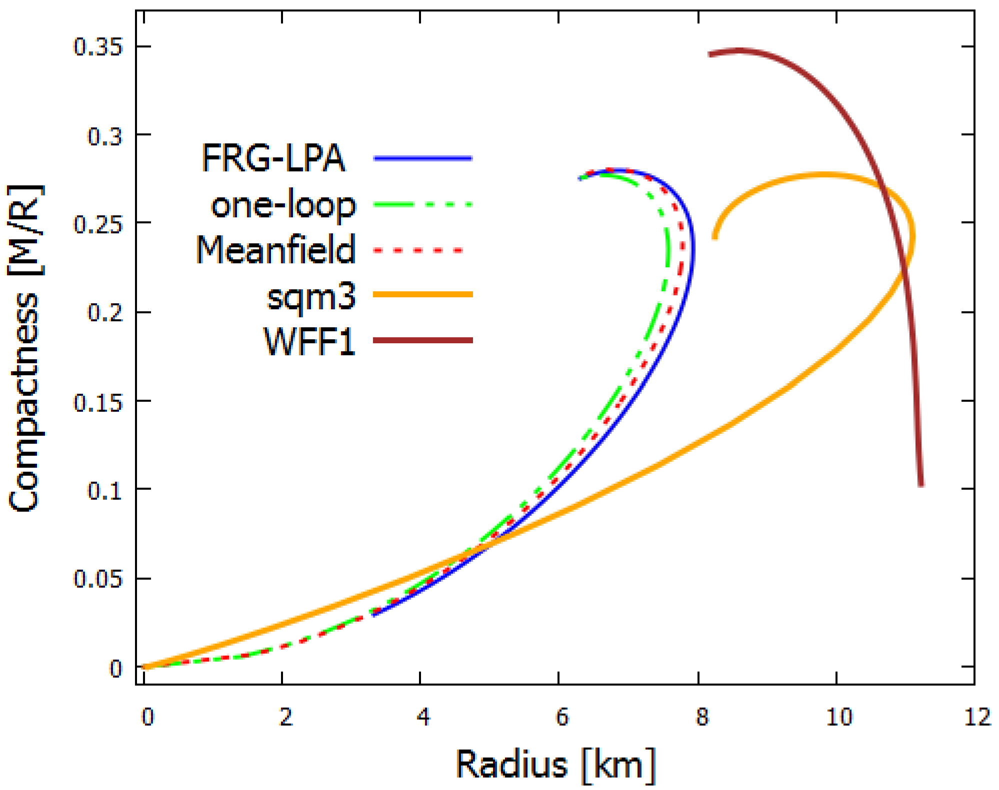
- Kompaktság összehasonlítása FRG, MF, 1L, SQM3, és WFF1 EoS

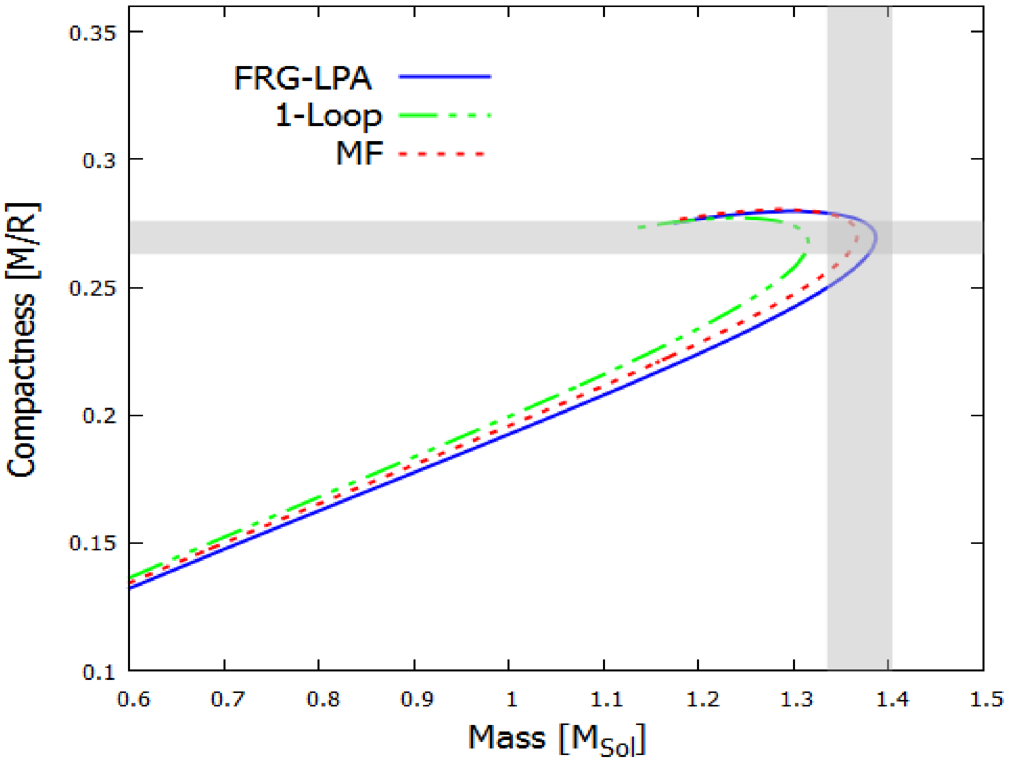




Teszt: megfigyelhető mennyiségek megváltozása

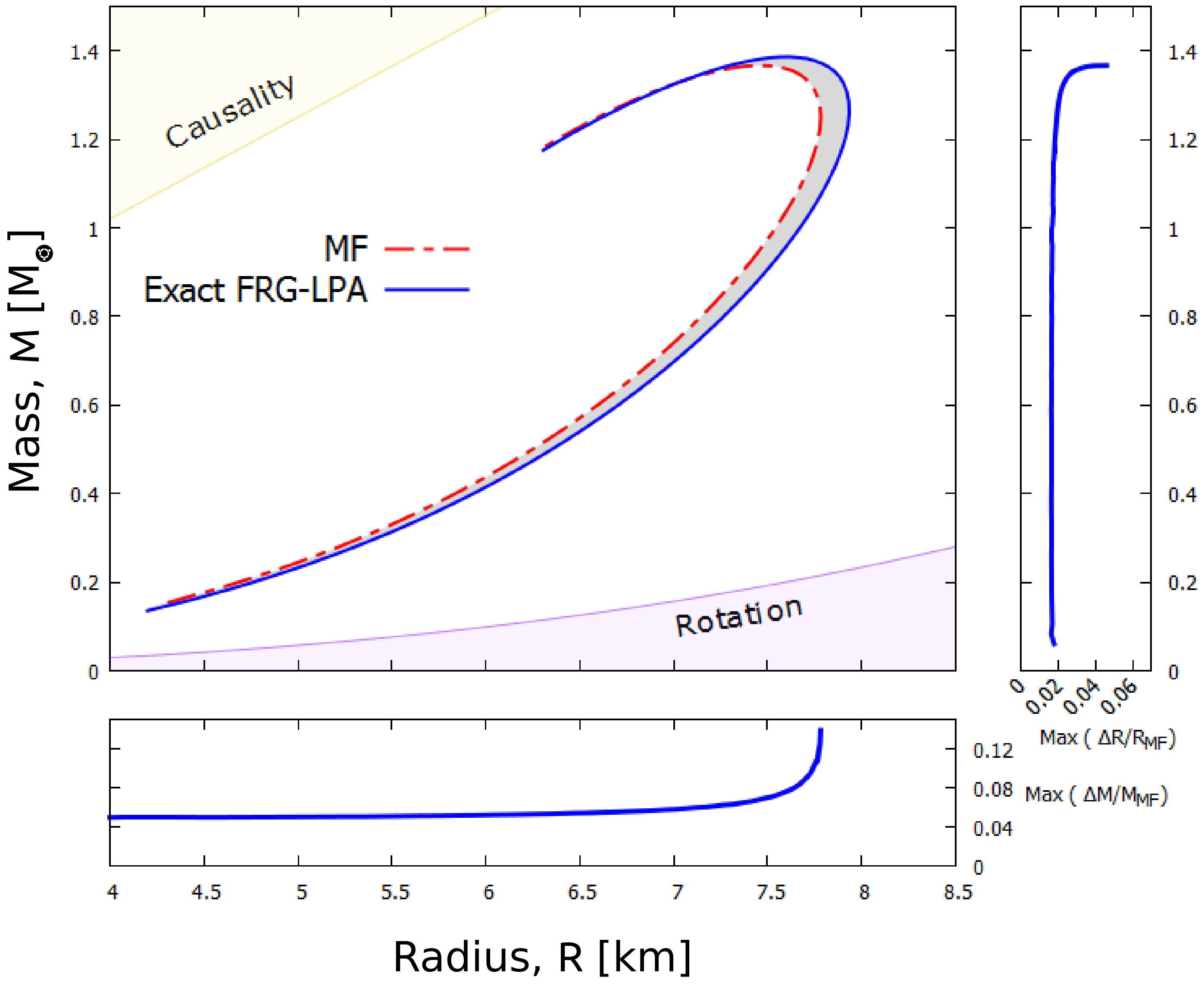
- Kompaktság összehasonlítása FRG, MF, 1L, SQM3, és WFF1 EoS





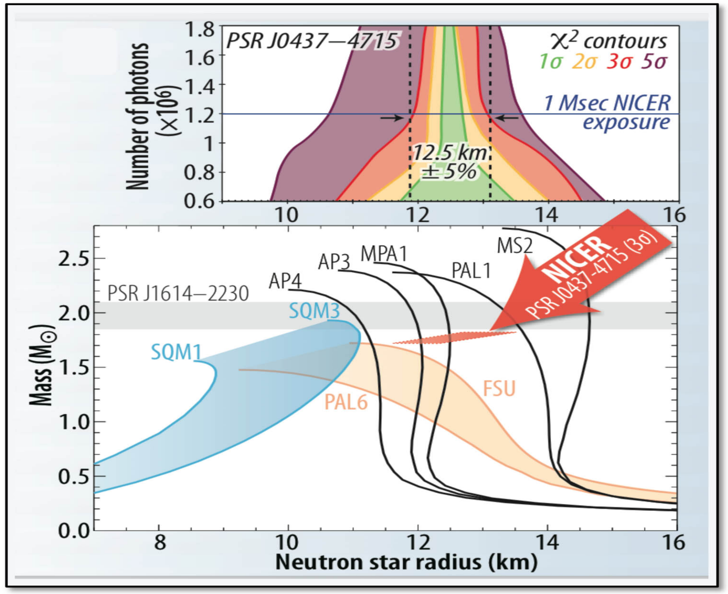
Teszt: megfigyelhető mennyiségek megváltozása

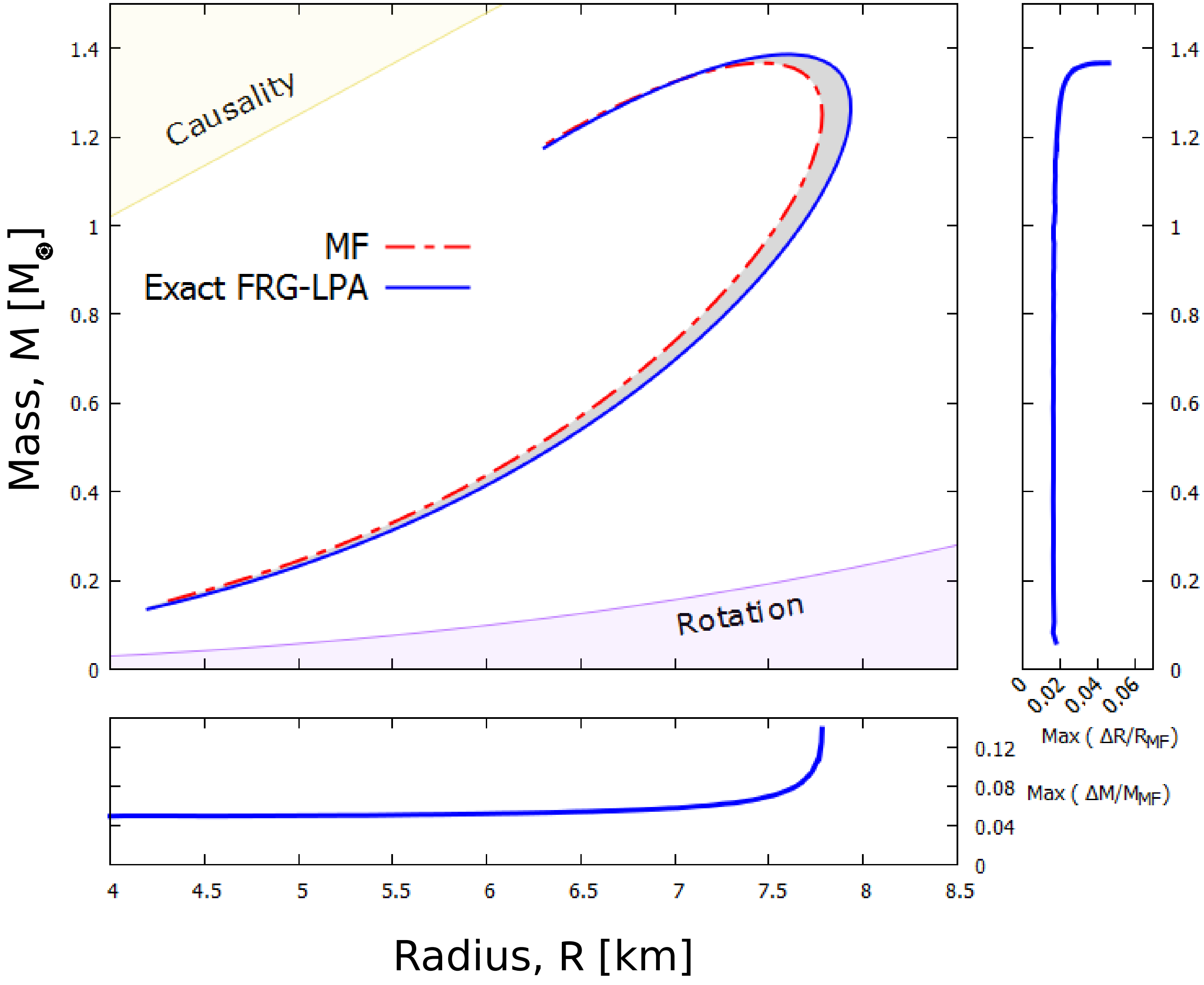
- M(R) görbék összehasonlítása: MF & FRG EoS
- A legnagyobb relatív eltérés is ábrázolva



Teszt: megfigyelhető mennyiségek megváltozása

- M(R) görbék összehasonlítása: MF & FRG EoS
- A legnagyobb relatív eltérés is ábrázolva





Mérhetőek-e ezek a különbségek?

- Az (asztro)fizikai megfigyelhető mennyiségek bizonytalansága

  - Mikroszkopikus mennyiségek maximum: 10-25%

  - Makroszkopikus asztrofizikai mennyiségek maximum: 5-10%

  - Mérés várható
  - pontossága: 10%

Megfigyelhető mennyiség	**Max. elméleti bizonytalanság (%)**
Potenciál, U(φ)	< 25%
Fázisdiagram (g_c)	< 25%
EoS p(μ),p(ε)	< 25%
Kompersszibilitás	< 10%
ε(R)	~ 5%
M(R) diagram	< 10% (M) < 5% (R)
Kompaktság	< 10% (M) < 5% (R)

Egy realisztikusabb modell: magfizikai paraméterek

- A (mérhető) magfizikai paraméterek beállítása
  - Inkompresszibilitás

$$K = k_F^2 \frac{\partial^2(\epsilon/n)}{\partial k_F^2} = 9 \frac{\partial p}{\partial n}$$

  - Effektív tömeg
  - Landau tömeg

$$m_L = \frac{k_F}{v_F} \qquad v_F = \left.\frac{\partial E_k}{\partial k}\right|_{k=k_F}$$

$$m_L = \sqrt{k_F^2 + m_{N,eff}^2}$$

Mennyiség	Mért érték
Szaturációs sűrűség	0,156 1/fm^3
Kötési energia	-16,3 MeV
Nukleon effektív tömeg	0,6 M_N
Nukleon Landau-tömeg	0,83 M_N
inkompresszibilitás	240 MeV

→ nem illeszthető egyszerre, nem függetlenek

Kiterjesztett Walecka modell

- Effektív térelméleti leírás: Walecka modell

vonzás **taszítás**

$$\mathcal{L}_{MF} = \sum_{i=1,2} \bar{\psi}_i \left(i\partial\!\!\!/ - m_N + g_\sigma \overline{\sigma} - g_\omega \gamma^0 \overline{\omega}_0 \right) \psi_i$$

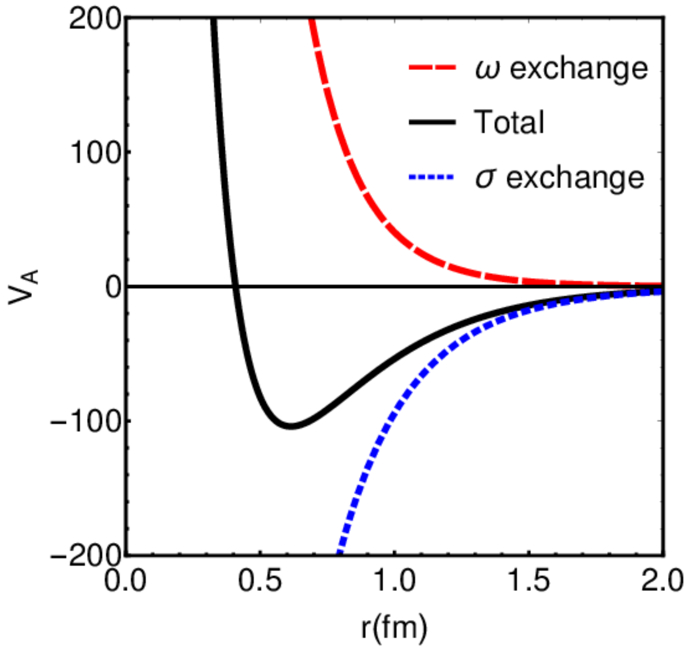
Proton és neutron

$$-\frac{1}{2} m_\sigma^2 \overline{\sigma}^2$$

Skalár mezon önkölcsönhatása: Vizsgáljuk a tagok hatását külön-külön és együtt is.

$$+\frac{1}{2} m_\omega^2 \overline{\omega}_0^2$$

Vektor-mezon átlagtér közelítésben



Kiterjesztett Walecka modell

- Effektív térelméleti leírás: Walecka modell + további tagok:

vonzás **taszítás**

$$\mathcal{L}_{MF} = \sum_{i=1,2} \bar{\psi}_i \left(i\partial\!\!\!/ - m_N + g_\sigma \overline{\sigma} - g_\omega \gamma^0 \overline{\omega}_0 \right) \psi_i$$

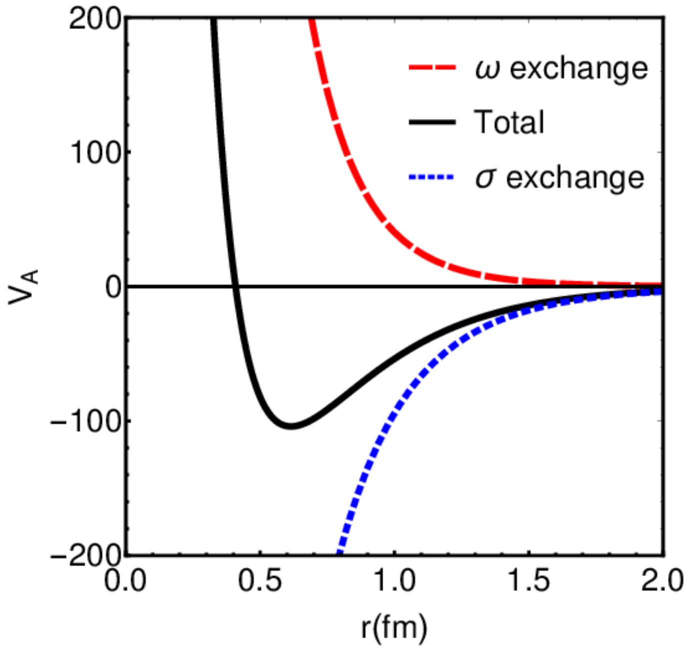
Proton és neutron

$$-\frac{1}{2} m_\sigma^2 \overline{\sigma}^2 - \lambda_3 \overline{\sigma}^3 - \lambda_4 \overline{\sigma}^4$$

Skalár mezon önkölcsönhatása: Vizsgáljuk a tagok hatását külön-külön és együtt is.

$$+\frac{1}{2} m_\omega^2 \overline{\omega}_0^2$$

Vektor-mezon átlagtér közelítésben



Magfizikai paraméterek illesztése: Walecka $+\sigma^3$

- Modell eredmények: Effektív tömeg, Landau tömeg, kompresszibilitás

A legjobb K jóslat

Mennyiség	Mért érték	Illesztés effektív tömeg	Illesztés Landau- tömeg
Szaturációs sűrűség	0,156 1/fm^3	0,156 1/fm^3	0,156 1/fm^3
Kötési energia	-16,3 MeV	-16,3 MeV	-16,3 MeV
Nukleon effektív tömeg	0,6 M_N	0,6 M_N	0,78 M_N
Nukleon Landau-tömeg	0,83 M_N	0,66 M_N	0,83 M_N
inkompresszibilitás	240 MeV	437 MeV	247 MeV
Átlagos standard eltérés	0	0,84	0,3

Magfizikai paraméterek illesztése: Walecka +σ^4

- Modell eredmények: Effektív tömeg, Landau tömeg, kompresszibilitás

Itt már nem olyan jó az érték.

Mennyiség	Mért érték	Illesztés effektív tömeg	Illesztés Landau- tömeg
Szaturációs sűrűség	0,156 1/fm^3	0,156 1/fm^3	0,156 1/fm^3
Kötési energia	-16,3 MeV	-16,3 MeV	-16,3 MeV
Nukleon effektív tömeg	0,6 M_N	0,6 M_N	0,78 M_N
Nukleon Landau-tömeg	0,83 M_N	0,66 M_N	0,83 M_N
inkompresszibilitás	240 MeV	**482 MeV**	**334 MeV**
Átlagos standard eltérés	0	1,02	0,5

Magfizikai paraméterek illesztése: Walecka $+\sigma^3+\sigma^4$

- Modell eredmények: Effektív tömeg, Landau tömeg, kompresszibilitás

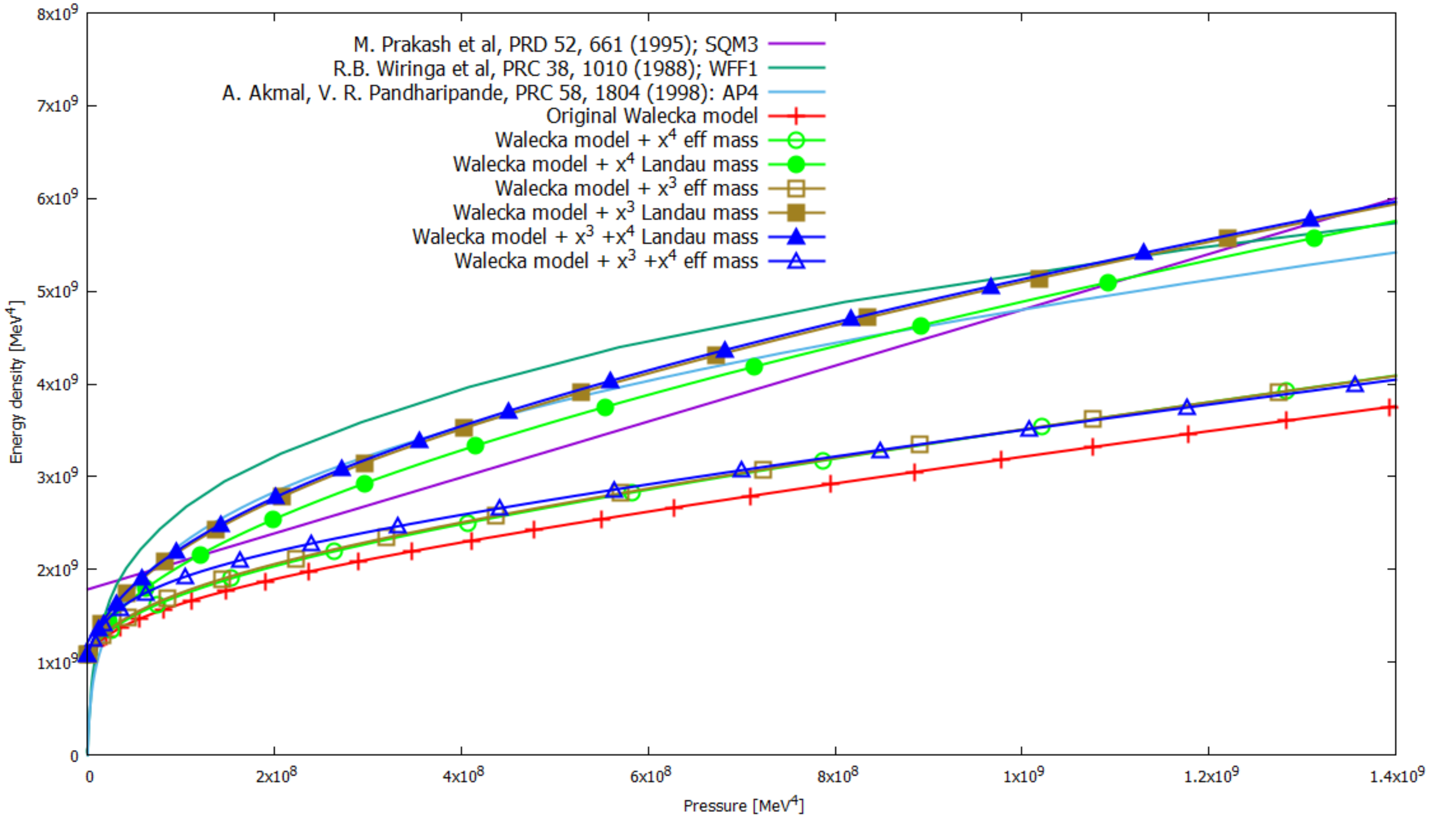
Ha mindkét tag jelen van visszakapjuk az ismert Értéket!

Ez lenne a jó modell?

Mennyiség	Mért érték	Illesztés effektív tömeg	Illesztés Landau- tömeg
Szaturációs sűrűség	0,156 1/fm^3	0,156 1/fm^3	0,156 1/fm^3
Kötési energia	-16,3 MeV	-16,3 MeV	-16,3 MeV
Nukleon effektív tömeg	0,6 M_N	0,6 M_N	0,78 M_N
Nukleon Landau- tömeg	0,83 M_N	0,66 M_N	0,83 M_N
inkompresszibilitás	240 MeV	240 MeV	240 MeV
Átlagos standard eltérés	0	**0,2**	0,3

Állapotegyenlet a kiterjesztett Walecka modellben

- Walecka modell kiegészítve σ³ vagy σ⁴ vagy σ³ + σ⁴ tagokkal

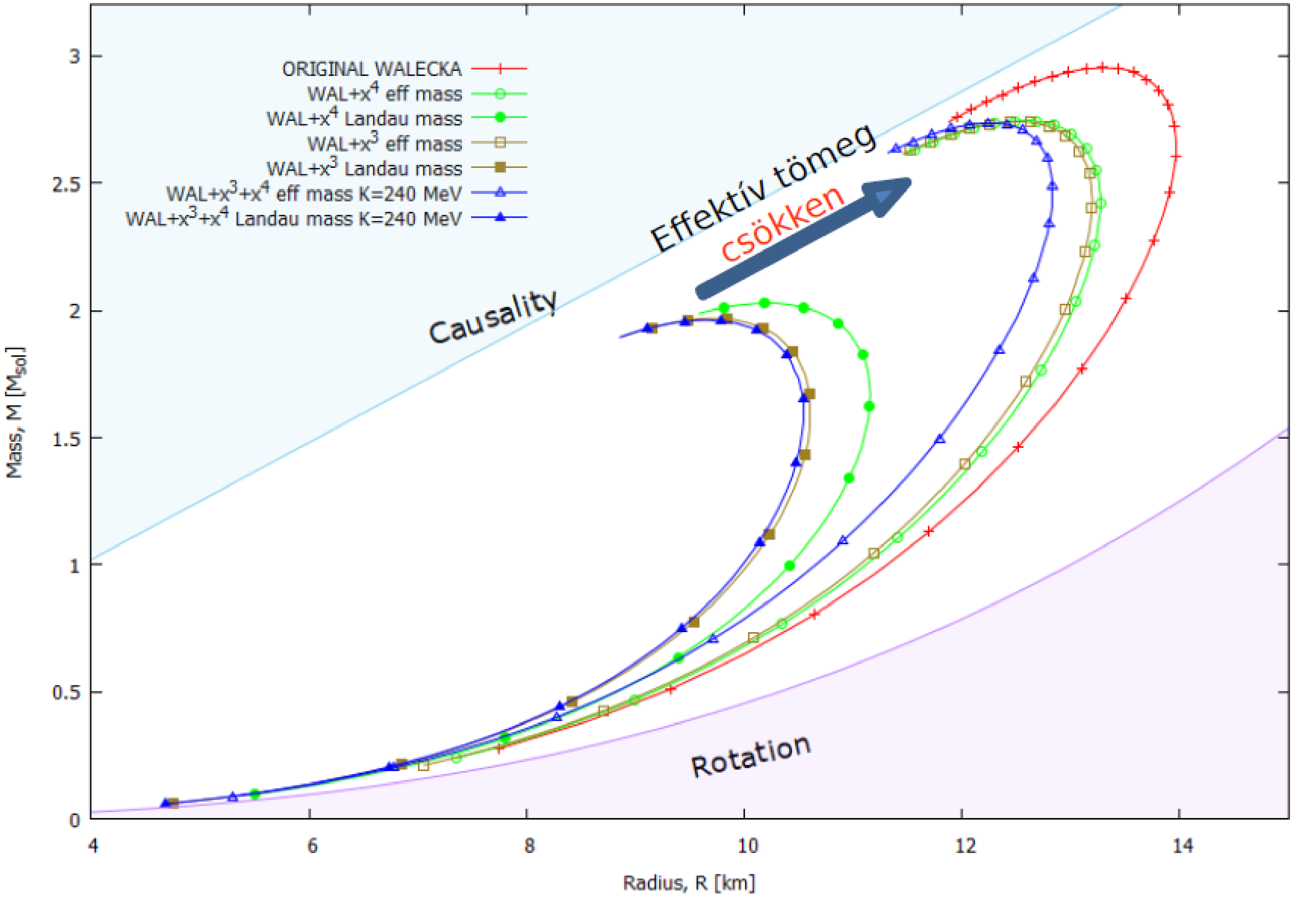


Landau tömeggel illesztve jobb valódi EoS egyezés

Effektív tömeggel illesztve közelebb Walecka modellhez

Kompak csillag paraméterek: Walecka modellben

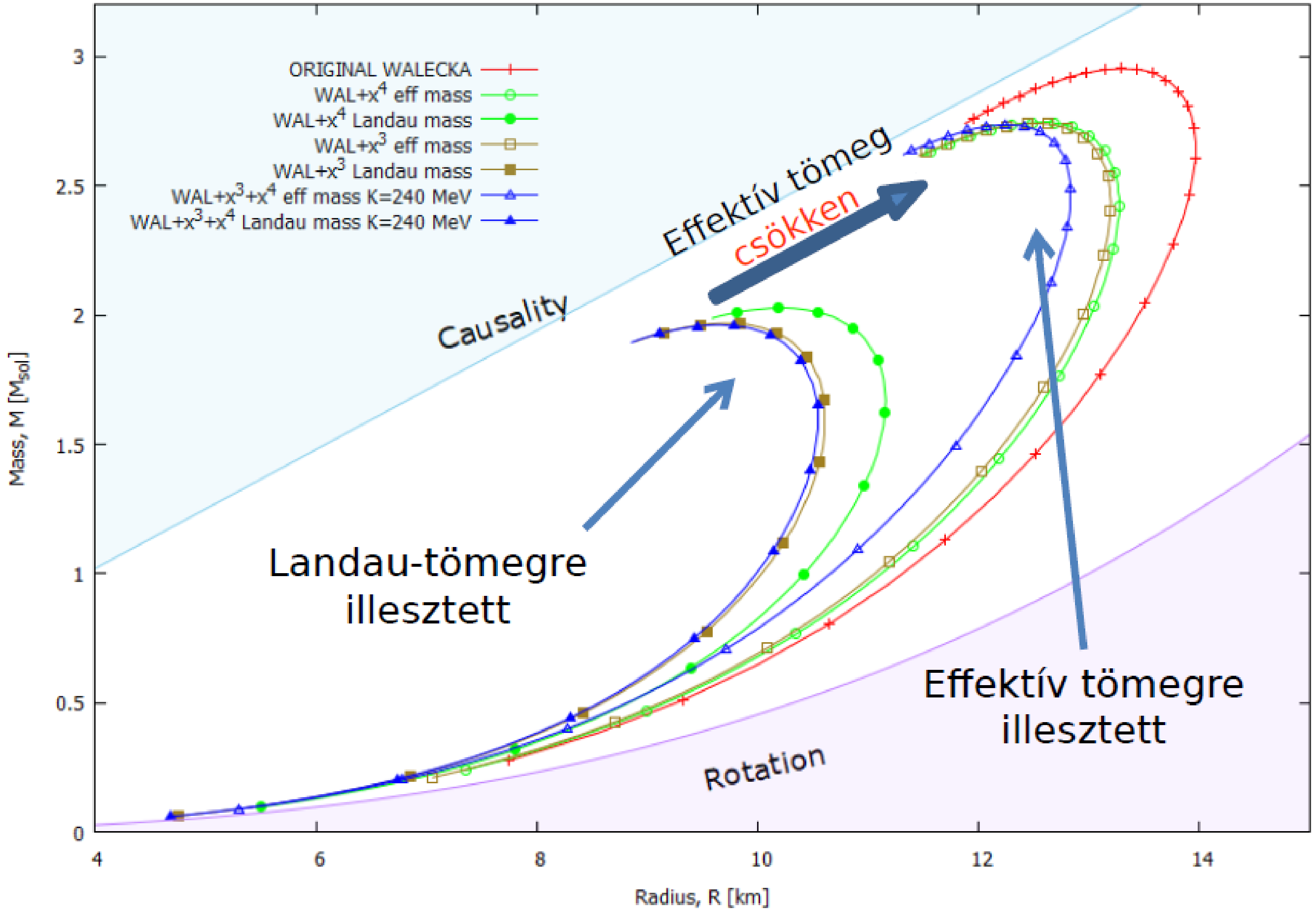
- Walecka modell kiegészítve σ^3 vagy σ^4 vagy $\sigma^3 + \sigma^4$ tagokkal



Mindkét modellben a sorrend azonos
- Keményebb → puhább EoS
- $\sigma^3 + \sigma^4 \rightarrow \sigma^3 \rightarrow \sigma^4$

Kompak csillag paraméterek: Walecka modellben

- Walecka modell kiegészítve σ^3 vagy σ^4 vagy $\sigma^3 + \sigma^4$ tagokkal



Mindkét modellben a sorrend azonos

- Keményebb → puhább EoS
- $\sigma^3 + \sigma^4 \rightarrow \sigma^3 \rightarrow \sigma^4$

Effektív tömeggel illesztve

- Nagyobb csillag R és M

Landau tömeggel illesztve

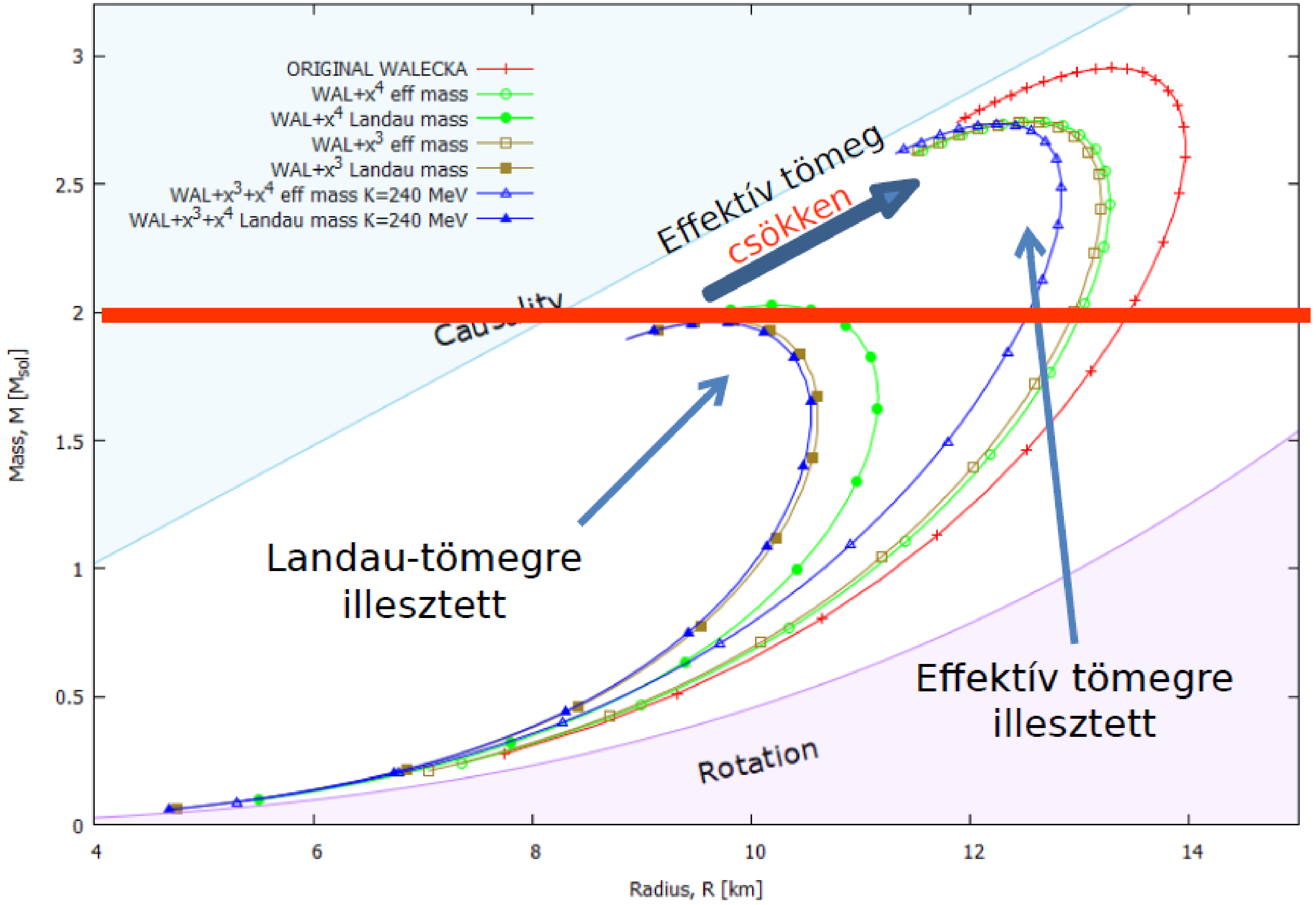
- Kisebb csillag R és M

Effektív tömeget csökkentve

- közelebb Walecka modellhez

Kompak csillag paraméterek: Walecka modellben

- Walecka modell kiegészítve σ^3 vagy σ^4 vagy $\sigma^3 + \sigma^4$ tagokkal



Mindegyik modellben
- el lehet érni a 2M tömeget

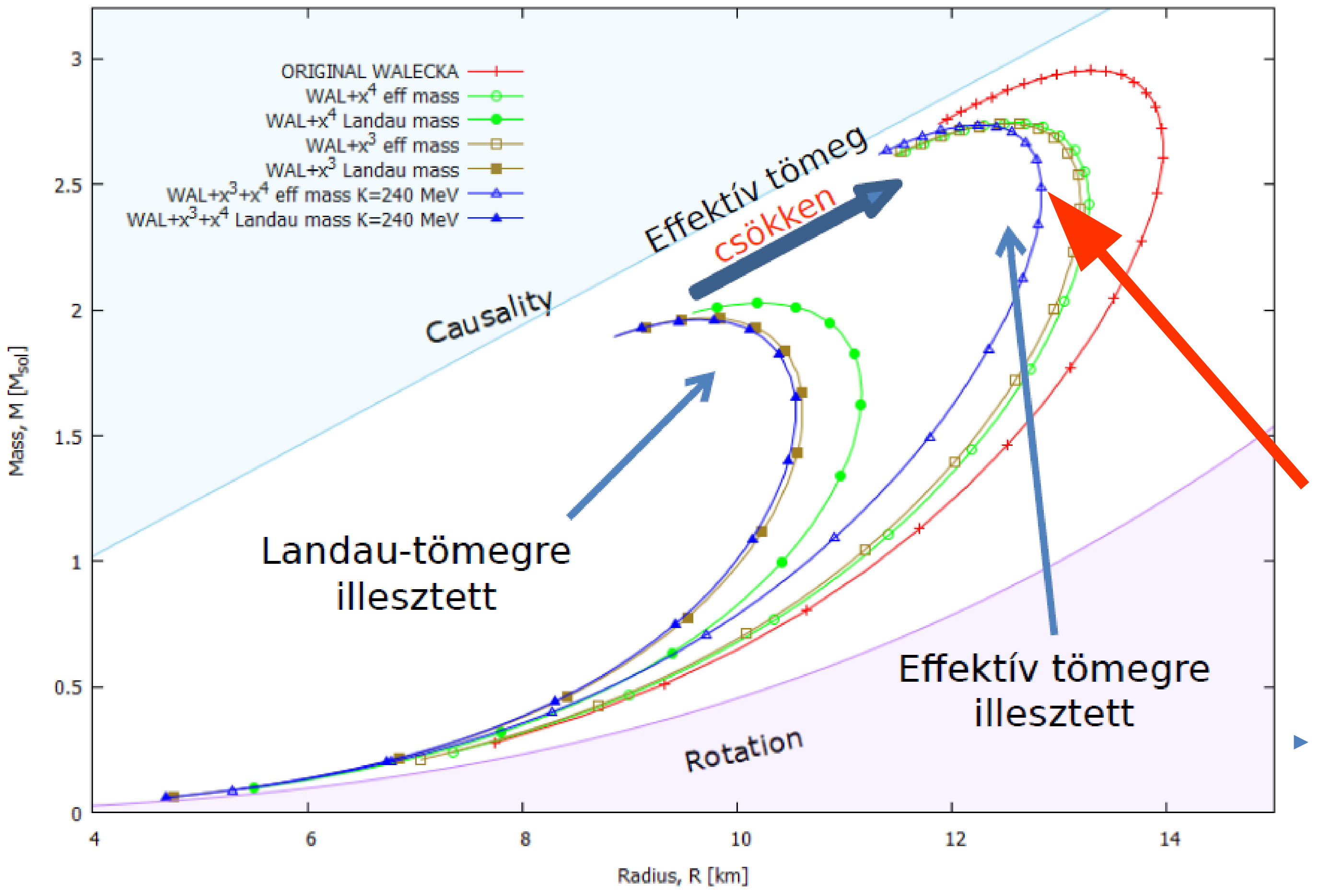
Effektív tömeggel illesztve
- Túl nagy csillagokat kapunk M <2.3

Legjobb illesztés
- Nem a legrealisztikusabb csillag

- Kiválaszthatja-e a megfigyelés a magfizikai paramétereket?

Kompak csillag paraméterek: Walecka modellben

- Walecka modell kiegészítve σ^3 vagy σ^4 vagy $\sigma^3 + \sigma^4$ tagokkal



Mindegyik modellben
- el lehet érni a 2M tömeget

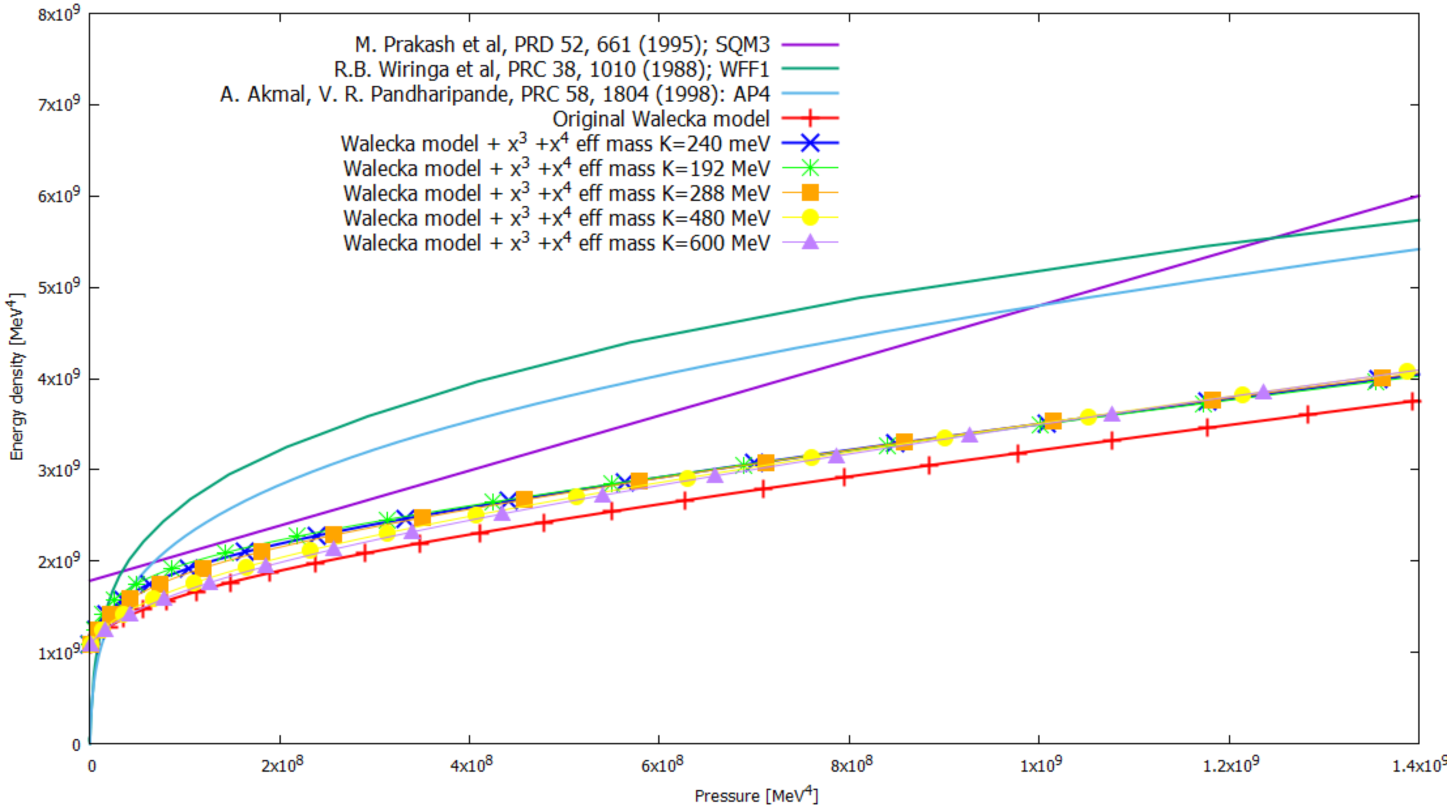
Effektív tömeggel illesztve
- Túl nagy csillagokat kapunk M <2.3

Legjobb illesztés
- Nem a legrealisztikusabb csillag

- Kiválaszthatja-e a megfigyelés a magfizikai paramétereket?

Állapotegyenlet a kiterjesztett Walecka modellben

- Walecka modell + σ^3 + σ^4 tagokkal, inkompresszibilitás vizsgálata

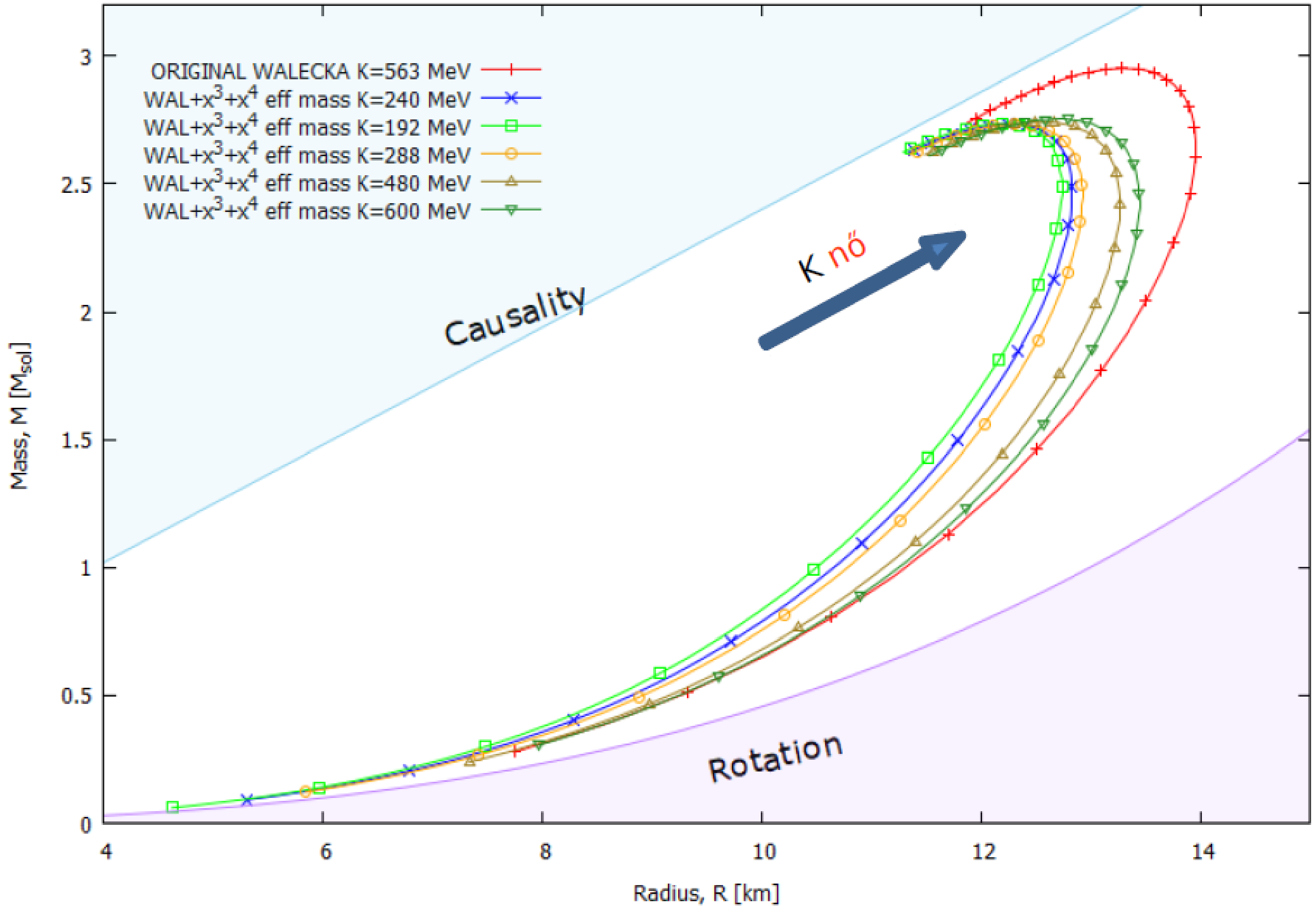


Valódi EoS modellek

Érzéketlen az EoS az inkompresszibilitásra

Kompak csillag paraméterek: Walecka modellben

- Walecka modell + σ³ + σ⁴ tagokkal, inkompresszibilitás vizsgálata



Mindegyik modellben igaz: kiválasztjuk a σ³ + σ⁴ tagokkal kiegészített modelt:

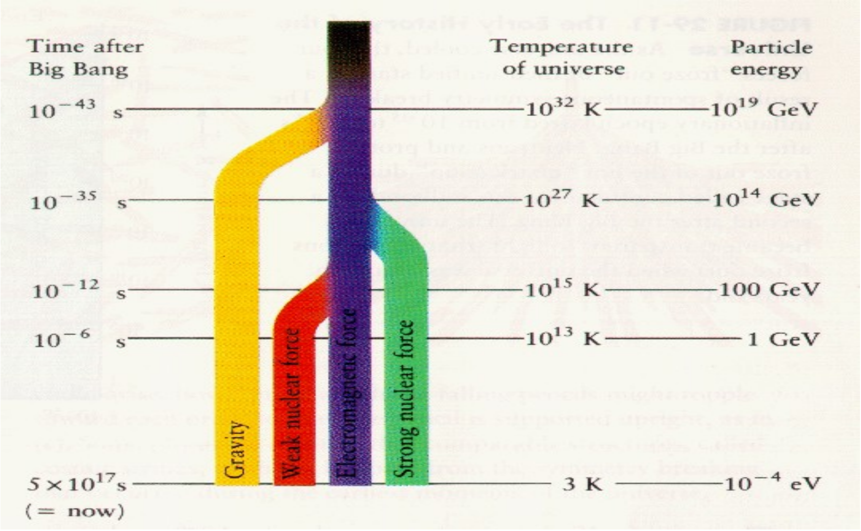
- Ha K növekszik, akkor nagyobb a csillag mérete: R és M
- Kicsi a változás a a K hatására a tömegnél, különösen a maximális tömegnél <1%
- A csillag sugara jelentősen változik a maximális tömegtől távol 10-15%
- Az eredeti Walecka inkompresszibilitás eléréséhez még nagyobb K kell

Saját kutatások #2

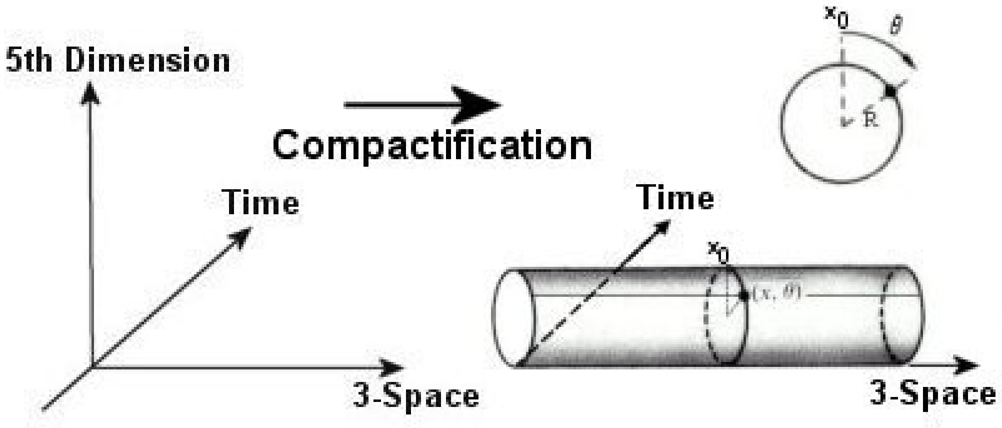
(2) Kaluza-Klein csillagmodell: Karsai Szilvia, Forgács-Dajka Emese, Lukács Béla
Int.J.ModPhys A31 (2016) 1645031, Acta Phys. Pol. 10 (2017)827, AN 328 (2007) 809

Egy komolyabb motiváció: extra dimenziókra

- Standard anyag a Standard Modellben
  - Elektromágnsesség;
  - Gyenge és
  - Erős kölcsönhatás
- Grand Unified Theory...
  - Gravitáció és a kvantumtérelmélet nem illik egy modellbe
  - Gravitáciió; lokális, görbült téridő
  - Kvantumtérelmélet; Minkowski



- **Egy lehetséges út:**
  - Elemi erők geometrizálása
  - Új dimenzió bevezetése
  - Legegyszerübb eset: $d_c=1$ → Kaluza – Klein téridő & szabadsági fokok!



Téridő szimmetriák

… Kompakt csillagokra:

Gömbszimmetria: az *O(3) forgatásokra invariáns*

Sztatikus: A metrika és a T^{ik} tenzor időfüggetlen.

Ideális relativisztikus folyadék: csak diagonális elemek, $T^{ik}{}_{,i} = 0$

Izotróp: nincs explicit φ & θ függés a g^{ik} és T^{ik} *tenzorokban*

Extra dimenzió(k): új feltételekre van szükség.

GGB, B Lukács, P Lévai: astro-ph/0312330 astro-ph/0312332
Asrton.Nachr. 328 (2007) 809, J.Phys.Conf.Ser. 218 (2010) 012010

Téridő szimmetriák – extra dimenzió(k)ra

Feltételezések a Kaluza–Klein-szerű téridő dimenziókra:

(i) $(3+d_C)+1$ dimenziós téridőben, az dimenziók térszerűek, kivéve egyet, amelyik időszerű.

(ii) A GR elmélet ugyan olyan a *3+1 D téridőben*, a 'Ekvivalencia elve' azonos.

(iii) A kauzalitás és a fénykúp struktúra azonos mint a $3+1$ esetre.

(iv) Az extra, térszerű dimenziók, d_C ,térszerűek

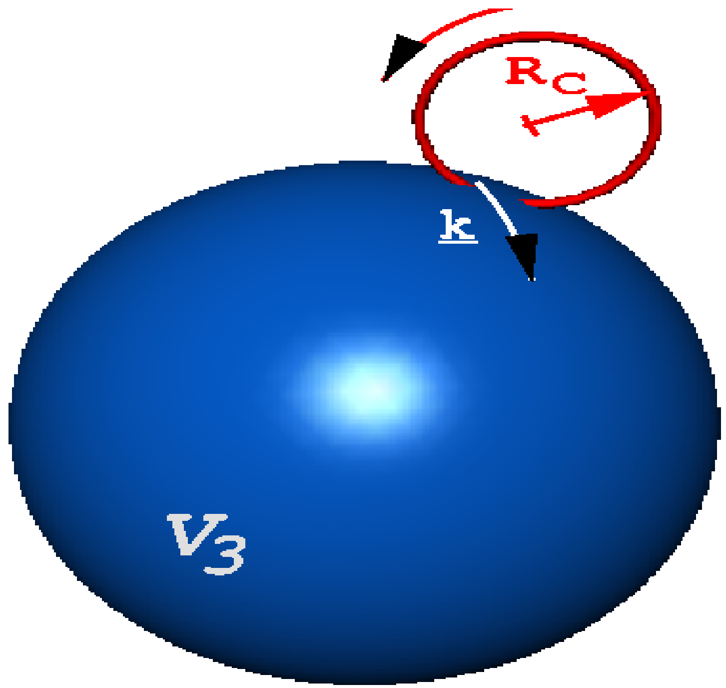
(v) Létezik teljes Killing szimmetria az extra mikroszkópikus d_C-dimenzióra.

Legegyszerűbb eset $d_C=1_C$.

GGB, B Lukács, P Lévai: J.Phys.Conf.Ser. 218 (2010) 012010

A Kaluza–Klein szabadsági fokok

- Extra dimenziok csak mikroszkópikusak lehetnek (extrém energián)
- A mozgás az extra dimenizókban gerjesztett tömegűnek, nehezebb részecskének látszik.



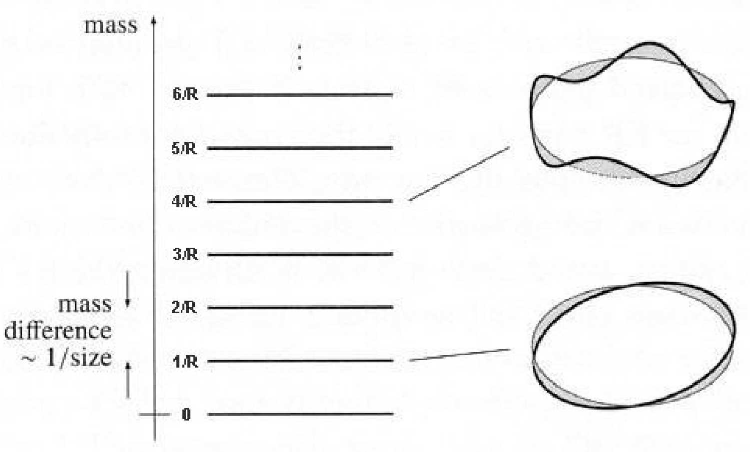
A Kaluza–Klein szabadsági fokok

- Extra dimenziok csak mikroszkópikusak lehetnek (extrém energián)
- A mozgás az extra dimenizókban gerjesztett tömegűnek, nehezebb részecskének látszik.

- **Az extra 5. dimenzió kompaktifikált**
  egy **S^1 "gömbbe"** aminek a sugara $\boldsymbol{R_c}$
  periodikus határfeltétel → kvatálási szabály (Heisenberg)

$$\psi(x_5) \approx e^{ik_5 \cdot x_5} \quad \text{and} \quad \psi(x_5 + 2\pi \boldsymbol{R_C}) \sim \psi(x_5) \quad \rightarrow \quad k_5 = \frac{n}{\boldsymbol{R_C}}$$

k_5: impulzus az 5. irányba;
$\mathbf{x}_5$: helykoordináta az 5. irányba; $\boldsymbol{n} \in \mathbb{Z}^+$



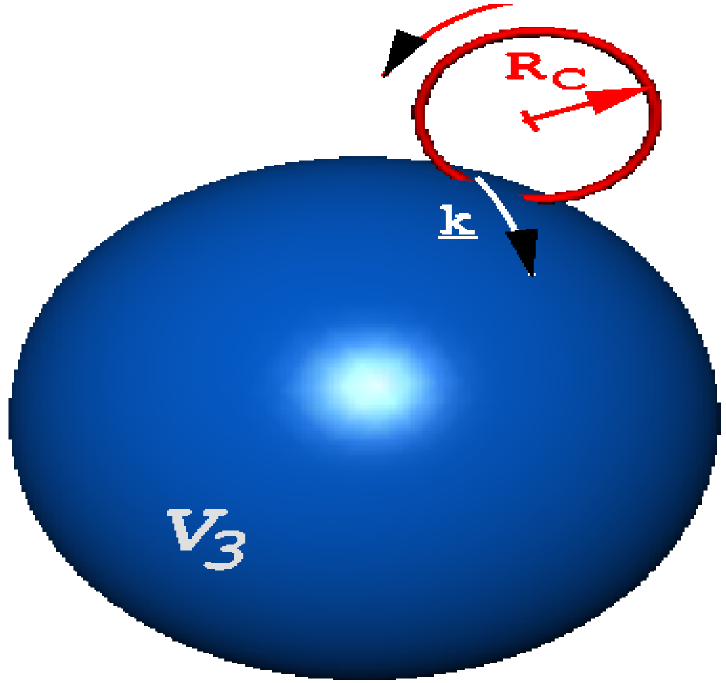
A Kaluza–Klein szabadsági fokok

- Extra dimenziok csak mikroszkópikusak lehetnek (extrém energián)
- A mozgás az extra dimenizókban gerjesztett tömegűnek, nehezebb részecskének látszik.

- **Valamilyen töltés (pl. strangeness) tekinthető új szabadsági foknak:**
  A kapcsolat az $\bar{m} = m_s$ tömeg és a komaktifikációs sugár R_c között:

$$E_5 = \sqrt{\underline{k}^2 + \left(\frac{n}{R_C}\right)^2 + m^2} = \sqrt{\underline{k}^2 + \bar{m}^2}$$

$$\bar{m}^2 = \left(\frac{n}{R_C}\right)^2 + m^2$$

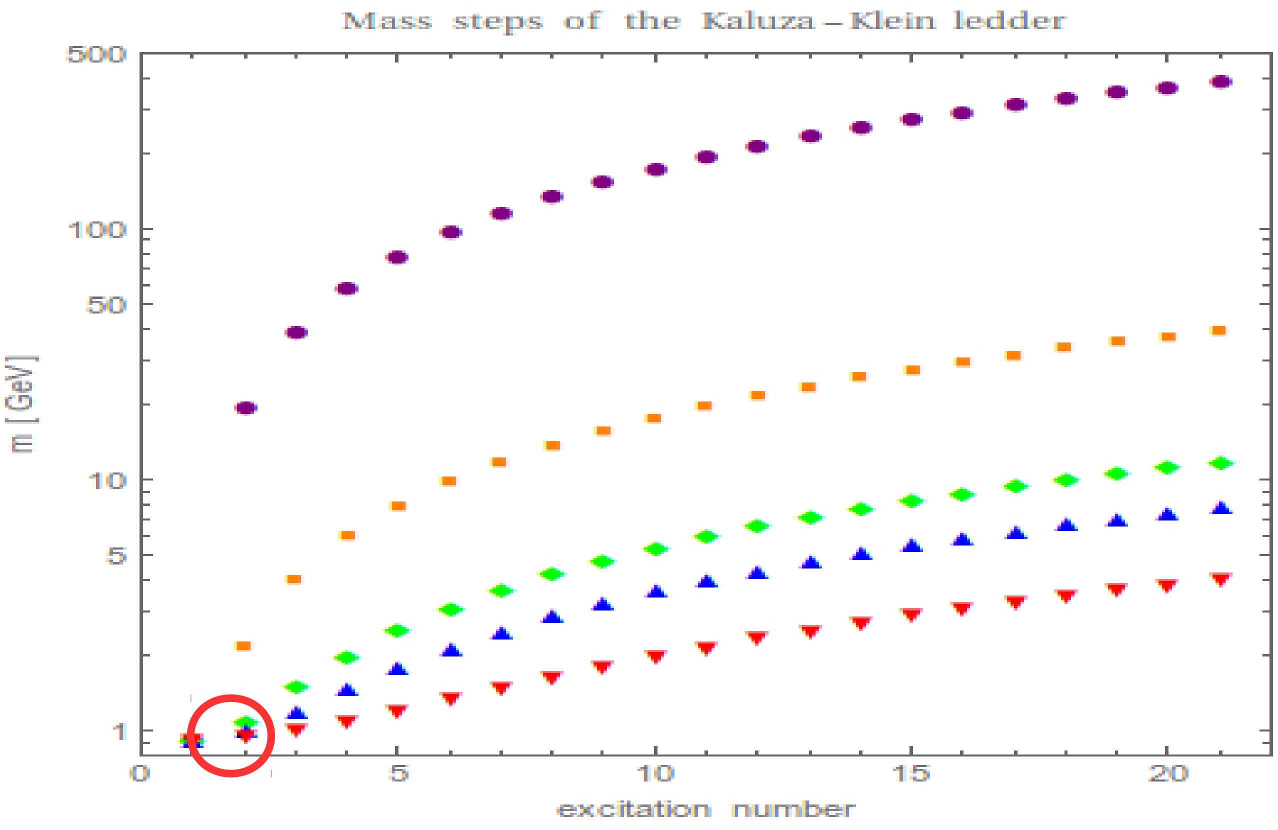


m: light (u, d) quark mass
n: excitation number, n=1
$\bar{m}$: e.g. **heavy (s) quark mass**

Milyenek a KK szabadsági fokok méretfüggése (R_C)

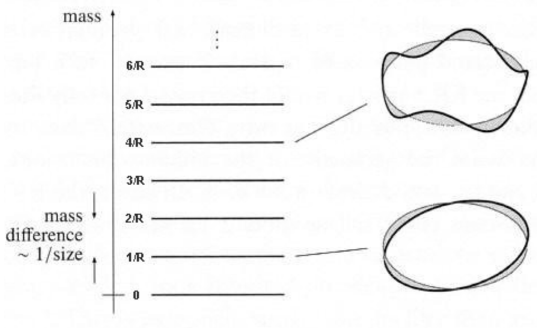
- Az extra dimenzió mérete (Rc) és a gerjesztések kapcsolata: $\bar{m}^2 = (n/R_C)^2 + m^2$

Pl. egy 1+3D hiperoncsillag (n^0, Λ) ~ 1+4D R_c= 0.33 fm, (n= 1) → n^0, $m_{exc.} \cong$1113 MeV (m_Λ)



larger Rc

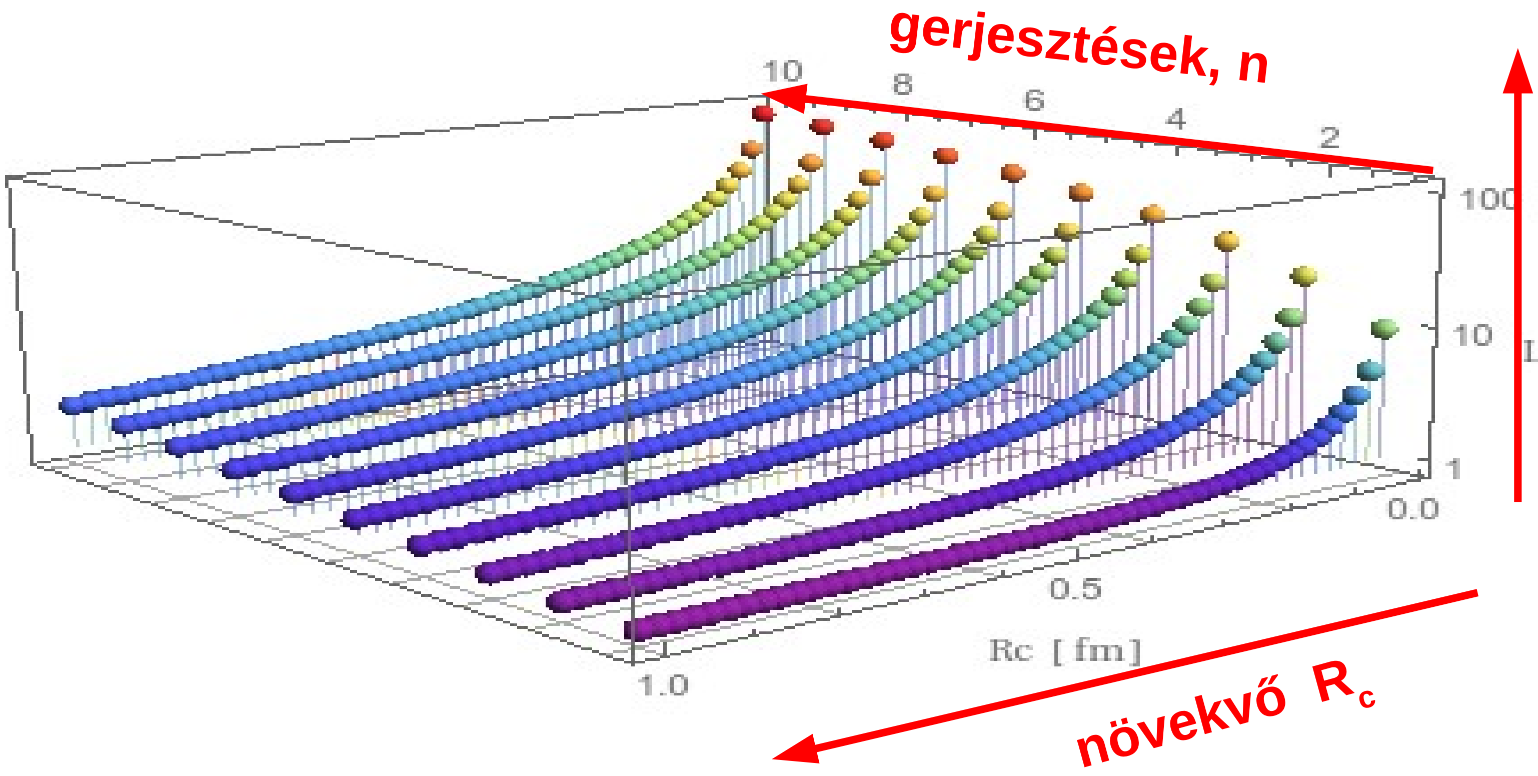
Rc = 0.01[fm]
Rc = 0.1[fm]
Rc = 0.33[fm]
Rc = 0.5[fm]
Rc = 1[fm]
Rc = 5[fm]

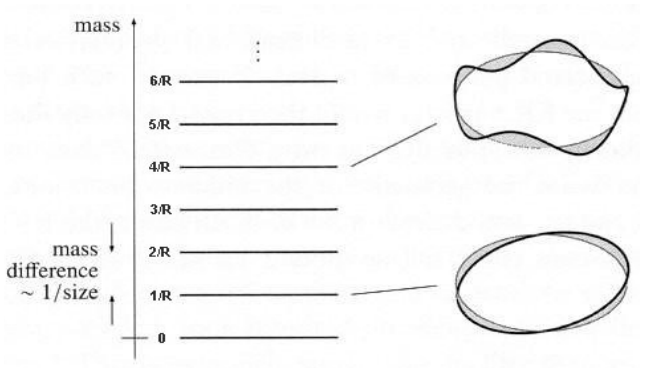


[Sz. Karsai, GGB, E. Forgács-Dajka, P. Pósfay, B. Lukács: Int. Mod. J. Phys. A31 (2016) 1645031 & arxiv: 1607.08088]

Milyenek a KK szabadsági fokok méretfüggése (R_c)

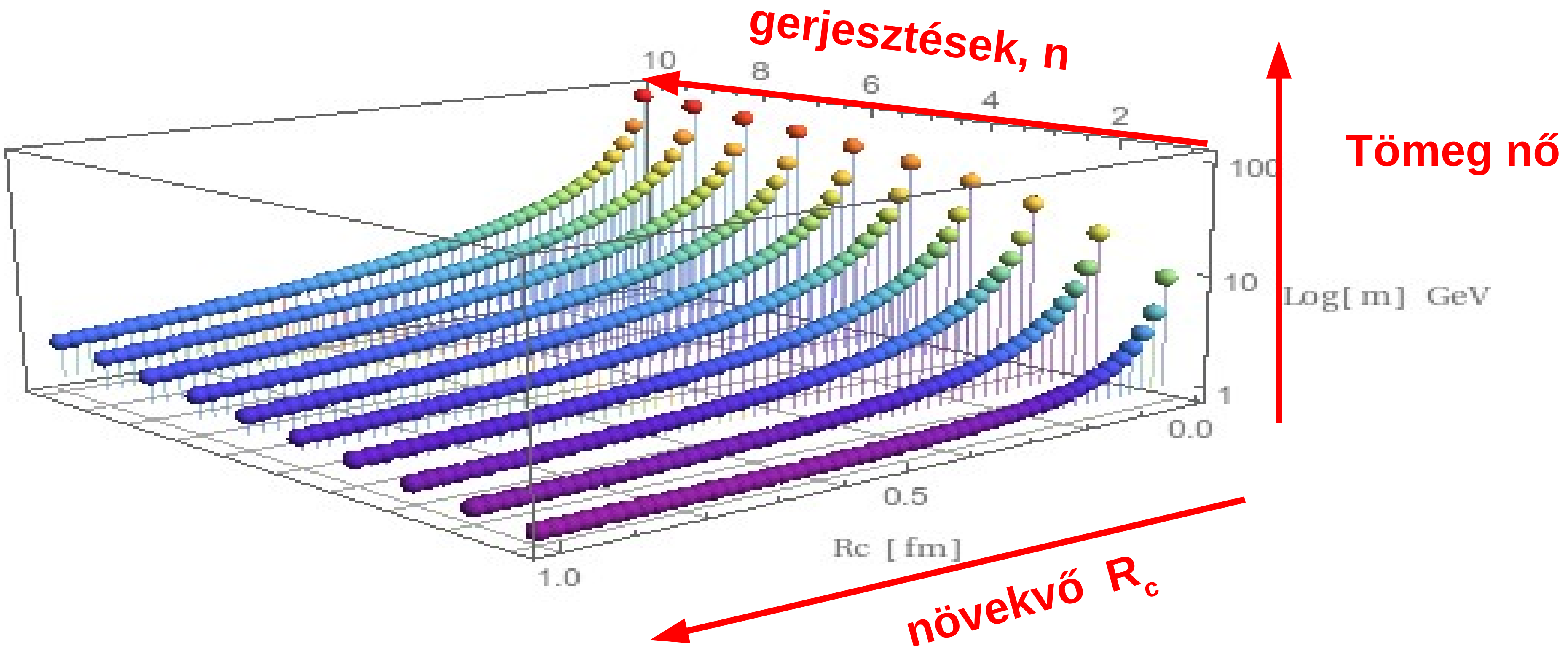
- Az extra dimenzió mérete (Rc) és a gerjesztések kapcsolata: $\bar{m}^2 = (n/R_C)^2 + m^2$

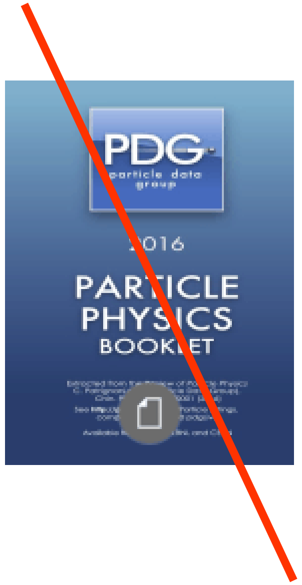




Milyenek a KK szabadsági fokok méretfüggése (R_c)

- Az extra dimenzió mérete (Rc) és a gerjesztések kapcsolata: $\bar{m}^2 = (n/R_C)^2 + m^2$





Termodinamika 5 dimenzióban

- **1+3D két komponensű** Fermi gás → **1+4D egy komponensű** Fermi gáz
- (n^0,Λ) ~~→~~ n^0 és térszerű gerjesztések
- Gerjesztett állapotok a téridő geometriai szabadsági fokai
- Egyensúlyban: $\mu = \mu_n + \mu_{n\_exc}$

$$\Omega_5 = -2\frac{V_4}{\beta}\int\frac{\mathrm{d}^4 k}{(4\pi)^4}\left[\ln\left(1+e^{-\beta\left(\sqrt{\underline{k}^2+\bar{\boldsymbol{m}}^2}-\mu\right)}\right)(+\mu\leftarrow\rightarrow-\mu)\right]$$

$$\left\{\begin{array}{ll} \bar{\boldsymbol{m}}^2=(n/\boldsymbol{R_C})^2+m^2 & \textbf{excited mass} \\ \int_0^\infty \mathrm{d}^4\boldsymbol{k}=\int_0^\infty \mathrm{d}^3\boldsymbol{k}\,\mathrm{d}k_5 \rightarrow \frac{1}{\boldsymbol{R_C}}\sum_{i=min(n)}^{max(n)}\int_0^\infty \mathrm{d}^3\boldsymbol{k} & \text{discretization} \\ V_5=2\pi\boldsymbol{R_C}V_4 & \text{1+4D volume} \end{array}\right.$$

$$\Omega_5=\sum_n\Omega_4\left(m^2+\frac{n^2}{\boldsymbol{R_C^2}}\right)=\Omega_4(\bar{\boldsymbol{m}})$$

Téridő szimmetriák – metrikus tenzor

- A szokásos Schwarzshild parametrizáció függvényei: $\lambda(r),\ \nu(r),\ \Phi(r)$
- A Killing szimmetriák alapján :

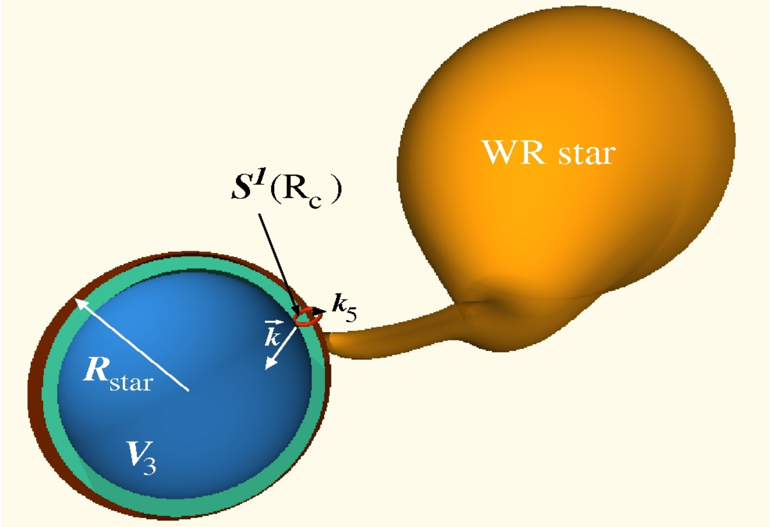
$$g_{ik} = \begin{pmatrix} g_{00} & g_{01} & 0 & 0 & g_{05} \\ g_{01} & g_{11} & 0 & 0 & g_{15} \\ 0 & 0 & g_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g_{22}\sin^2\vartheta & 0 \\ g_{05} & g_{15} & 0 & 0 & g_{55} \end{pmatrix}$$

- A további szimmetriákkal diagonálissá tehető:

$$g_{ik} = \mathrm{diag}\,(e^{-2\nu}, -e^{2\lambda}, -r^2, -r^2\sin^2\theta, -e^{2\Phi})$$

- Invariáns távolság (ívelemnégyzet):

$$ds^2 = e^{-2\nu}dt^2 - e^{2\lambda}dr^2 - r^2 d\Omega^2 - e^{2\Phi}d\chi^2$$



Téridő szimmetriák – görbület mérései

- A feltételezett szimmetriák miatt a metrika:

$$g_{ik} = \mathrm{diag}\,(e^{-2\nu}, -e^{2\lambda}, -r^2, -r^2 \sin^2\theta, -e^{2\Phi})$$

- Riemann tenzor componensei:

$$\begin{aligned}
\Gamma^2{}_{12} = \Gamma^2{}_{21} = \Gamma^3{}_{13} = \Gamma^3{}_{31} &= r^{-1}, \\
\Gamma^3{}_{23} = \Gamma^3{}_{32} &= \mathrm{ctg}\,\vartheta, \\
\Gamma^5{}_{15} = \Gamma^5{}_{51} &= \Phi', \\
\Gamma^0{}_{10} = \Gamma^0{}_{01} &= \nu', \\
\Gamma^2{}_{33} &= -\sin\vartheta\cos\vartheta, \\
\Gamma^1{}_{00} &= \mathrm{e}^{-2\lambda+2\nu}\,\nu', \\
\Gamma^1{}_{11} &= \lambda', \\
\Gamma^1{}_{22} &= -\mathrm{e}^{-2\lambda}\,r, \\
\Gamma^1{}_{33} &= -\mathrm{e}^{-2\lambda}\,r\sin^2\vartheta, \\
\Gamma^1{}_{55} &= -\mathrm{e}^{-2\lambda+2\Phi}\,\Phi',
\end{aligned}$$

$$R_{ik} = \tilde{R}^l{}_{ilk} = \Gamma^l{}_{ik,l} - \Gamma^l{}_{il,k} + \Gamma^n{}_{ik}\Gamma^l{}_{nl} - \Gamma^n{}_{il}\Gamma^l{}_{nk},$$

$$\begin{aligned}
R_{00} &= e^{-2\lambda+2\nu}\left[-\nu'' - \nu'^2 + \nu'\lambda' - \nu'\Phi' - \frac{2\nu'}{r}\right] \\
R_{11} &= \nu'' - \nu'^2 - \nu'\lambda' - \lambda'\Phi' + \Phi'^2 + \Phi'' - \frac{2\lambda'}{r} \\
R_{22} &= e^{-2\lambda}(1 - r\lambda' + r\nu' + r\Phi') - 1 \\
R_{33} &= R_{22}\cdot\sin^2\theta \\
R_{55} &= e^{-2\lambda+2\nu}\left[\nu'\Phi' - \lambda'\Phi' + \Phi'' + \Phi'^2 + \frac{2\Phi'}{r}\right]
\end{aligned}$$

- Ricci skalár:

$$R = 2\,\mathrm{e}^{-2\lambda}\left[-\nu'' - \nu'^2 - \Phi'' - \Phi'^2 + \nu'\lambda' + \Phi'\lambda' - \nu'\Phi' + 2\frac{\lambda' - \nu' - \Phi'}{r} - \frac{1}{r^2}\right] + \frac{2}{r^2}.$$

Einstein egyenlet 5D téridőben (szimmetriákkal)

$$\boxed{R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} = -8\pi G T_{\mu\nu}}$$

- **Einstein egyenlet**:

$$-8\pi G \epsilon = e^{-2\lambda}\left[\Phi'' + \Phi'^2 - \lambda'\Phi' + \frac{2\Phi'}{r} - \frac{2\lambda'}{r} + \frac{1}{r^2}\right] - \frac{1}{r^2}$$

$$-8\pi G p = e^{-2\lambda}\left[\nu'\Phi' - \frac{2\Phi'}{r} - \frac{2\nu'}{r} - \frac{1}{r^2}\right] + \frac{1}{r^2}$$

$$-8\pi G p = e^{-2\lambda}\left[-\nu'' - \nu'^2 - + \nu'\lambda' + \Phi'' - \Phi'^2 - \nu'\Phi' + \lambda'\Phi' - \frac{\nu'}{r} + \frac{\lambda'}{r} - \frac{\Phi'}{r}\right]$$

$$-8\pi G \boldsymbol{p_5} = e^{-2\lambda}\left[-\nu'' - \nu'^2 + \nu\lambda - \frac{2\nu'}{r} + \frac{2\lambda'}{r} - \frac{1}{r^2}\right] + \frac{1}{r^2}$$

- **Új változók: p_5, $\Phi(r)$**

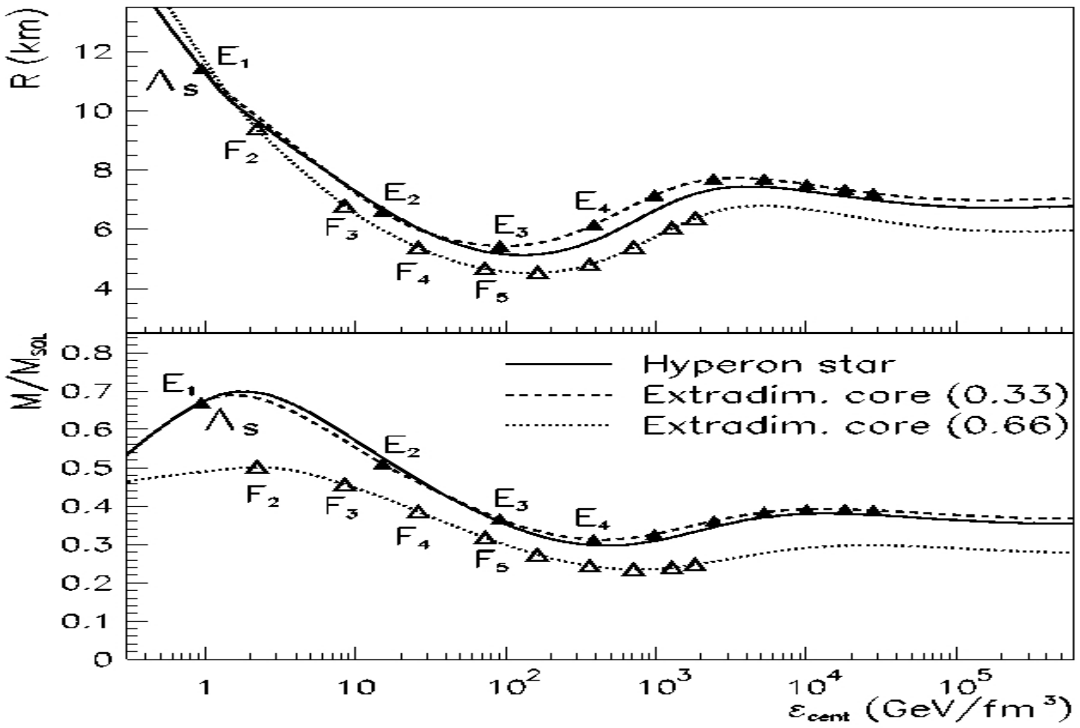
Extra dimenziós kompakt csillag

Kompakt csillag 1_C extra dimenzióval vs. hiperon csillag

Hiperon csillag (n^0, Λ^0, ...)

M(R) gerjesztett állapotokkal n[th]

- R_C=0.33 fm (E_1,E_2, E_3...)
- R_C=0.66 fm (F_1,F_2,F_3,...)



GGB, B Lukács, P Lévai: astro-ph/0312330; astro-ph/0312332; Asrton.Nachr. 328 (2007) 809

Legegyszerűbb eset: 5D, taszító kölcsönhatással

- bevezethető *u(n)* *<u>taszító potential</u>, ami a sűrűségtől függ*: *u(n)~n*
- Lineáris közetítéssel: *u(n)*= ξn → Ennek hatása megjelenik az állapotjelzőkben **p, ε**

$$\varepsilon(\mu)=\varepsilon_0[\mu-u(n)]+\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{int}}$$

$$p(\mu)=p_0[\mu-u(n)]+\boldsymbol{p}_{\mathbf{int}}$$

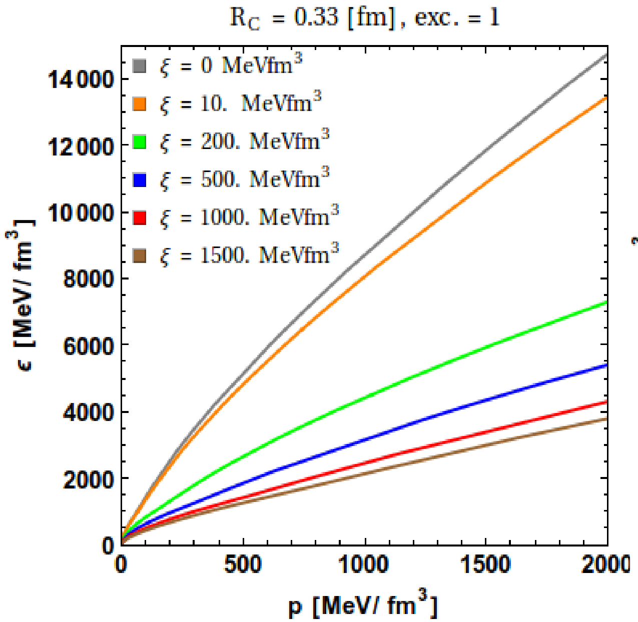
$$n(\mu)=u_0[\mu-u(n)]=u_0[\mu_0]$$

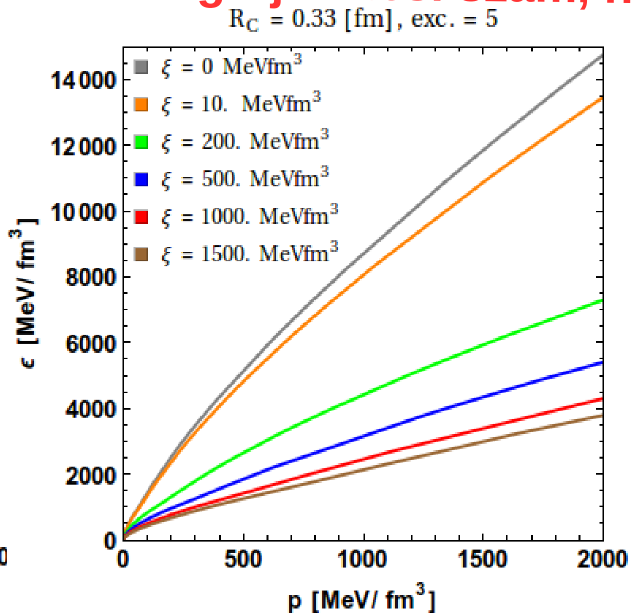
$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{int}}=\int_0^n u(n)\,\mathrm{d}n=\int_0^n \xi n\,\mathrm{d}n=\frac{1}{2}\xi n^2$$

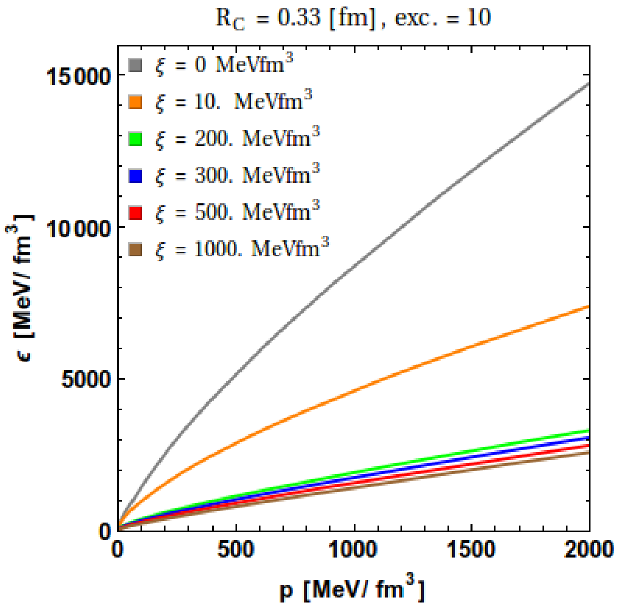
$$\boldsymbol{p}_{\mathbf{int}}=nu(n)-\int_0^n u(n)\,\mathrm{d}n=n\xi n\int_0^n \xi n\,\mathrm{d}n=\xi n^2-\frac{1}{2}\xi n^2=\frac{1}{2}\xi n^2$$

Nő a gerjesztési szám, n

nagy ξ







Legegyszerűbb eset: 5D, taszító kölcsönhatással

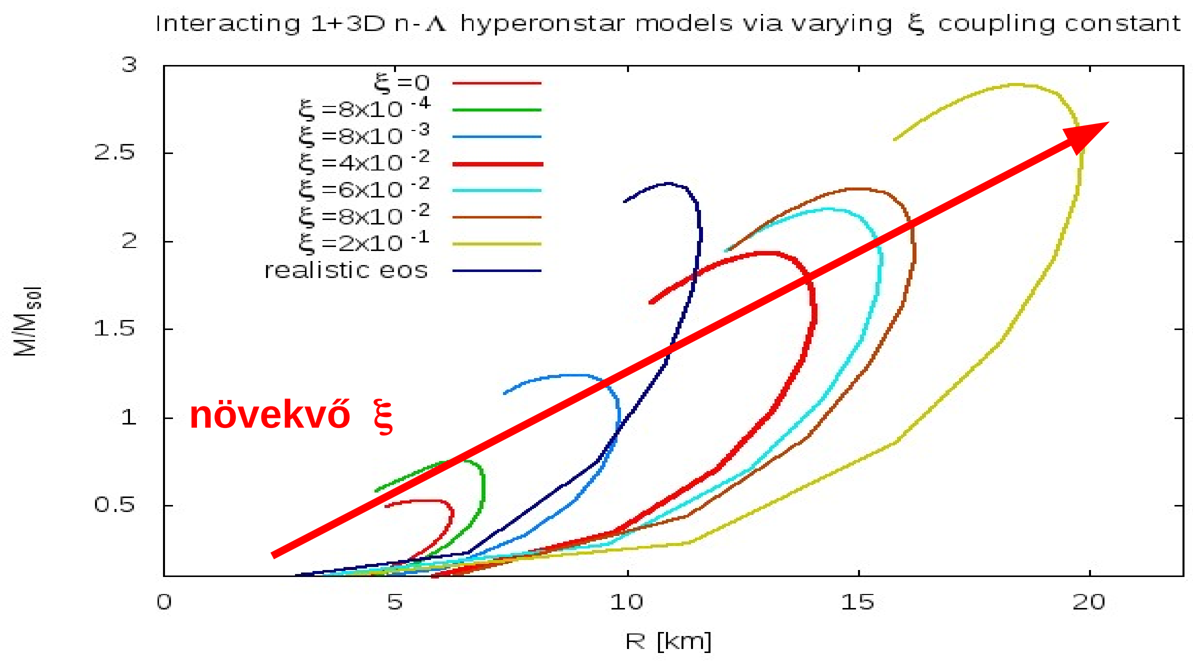
- bevezethető *u(n)* *<u>taszító potential</u>*, *ami a sűrűségtől függ*: *u(n)~n*
- Lineáris közetítéssel: $u(n) = \xi n$ → Ennek hatása megjelenik az állapotjelzőkben **p, ε**

$$\varepsilon(\mu) = \varepsilon_0[\mu - u(n)] + \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{int}} \qquad \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{int}} = \int_0^n u(n)\,\mathrm{d}n = \int_0^n \xi n\,\mathrm{d}n = \frac{1}{2}\xi n^2$$

$$p(\mu) = p_0[\mu - u(n)] + \boldsymbol{p}_{\mathbf{int}} \qquad \boldsymbol{p}_{\mathbf{int}} = nu(n) - \int_0^n u(n)\,\mathrm{d}n = n\xi n \int_0^n \xi n\,\mathrm{d}n = \xi n^2 - \frac{1}{2}\xi n^2 = \frac{1}{2}\xi n^2$$

$$n(\mu) = u_0[\mu - u(n)] = u_0[\mu_0]$$

- Simán változik a paraméter: $10^{-4} < \xi < 10^{-1}$
- Ha nő a paraméter értéke ξ → nagyobb lesz az M_{max} és R_{max}
- Realisztikus csillagot kapunk



[Sz. Karsai, GGB, E. Forgács-Dajka: In prep]

Legegyszerűbb eset: 5D, taszító kölcsönhatással

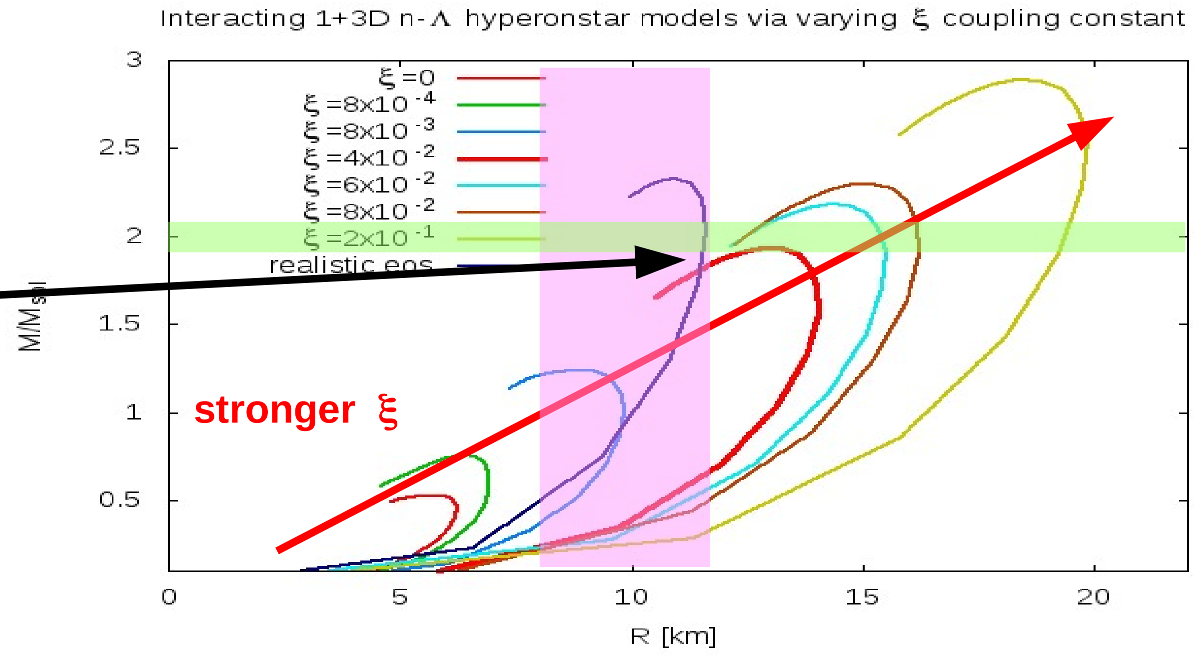
- bevezethető *u(n)* *<u>taszító potential</u>, ami a sűrűségtől függ*: *u(n)~n*
- Lineáris közetítéssel: $u(n)=\xi n$ → Ennek hatása megjelenik az állapotjelzőkben **p, ε**

$$\varepsilon(\mu)=\varepsilon_0[\mu-u(n)]+\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{int}} \qquad \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{int}}=\int_0^n u(n)\,\mathrm{d}n=\int_0^n \xi n\,\mathrm{d}n=\frac{1}{2}\xi n^2$$

$$p(\mu)=p_0[\mu-u(n)]+\boldsymbol{p}_{\mathbf{int}} \qquad \boldsymbol{p}_{\mathbf{int}}=nu(n)-\int_0^n u(n)\,\mathrm{d}n=n\xi n\int_0^n \xi n\,\mathrm{d}n=\xi n^2-\frac{1}{2}\xi n^2=\frac{1}{2}\xi n^2$$

$$n(\mu)=u_0[\mu-u(n)]=u_0[\mu_0]$$

- Simán változik a paraméter: $10^{-4}<\xi<10^{-1}$
- Ha nő a paraméter értéke ξ → nagyobb lesz az M_{max} és R_{max}
- Realisztikus csillagot kapunk



[Sz. Karsai, GGB, E. Forgács-Dajka: In prep]

Legegyszerűbb eset: 5D, taszító kölcsönhatással

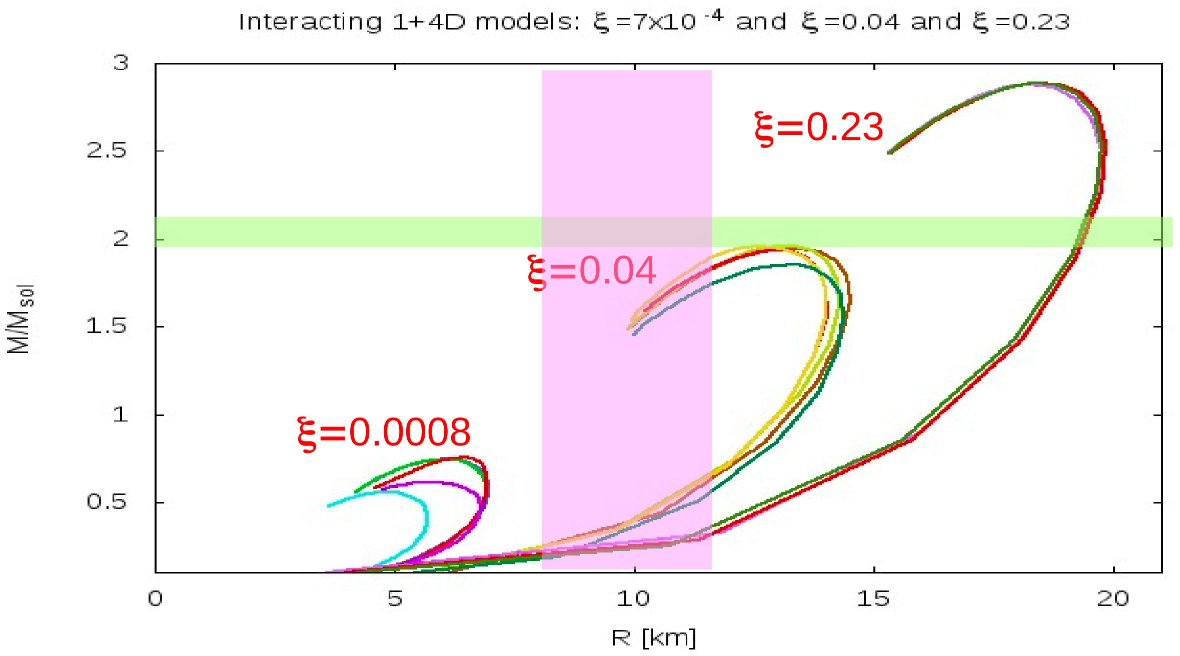
- bevezethető *u(n)* *taszító potential*, *ami a sűrűségtől függ*: *u(n)~n*
- Lineáris közetítéssel: *u(n)= ξn* → Ennek hatása megjelenik az állapotjelzőkben **p, ε**

$$\varepsilon(\mu)=\varepsilon_0[\mu-u(n)]+\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{int}} \qquad \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{int}}=\int_0^n u(n)\,\mathrm{d}n=\int_0^n \xi n\,\mathrm{d}n=\frac{1}{2}\xi n^2$$

$$p(\mu)=p_0[\mu-u(n)]+\boldsymbol{p}_{\mathbf{int}} \qquad \boldsymbol{p}_{\mathbf{int}}=nu(n)-\int_0^n u(n)\,\mathrm{d}n=n\xi n\int_0^n \xi n\,\mathrm{d}n=\xi n^2-\frac{1}{2}\xi n^2=\frac{1}{2}\xi n^2$$

$$n(\mu)=u_0[\mu-u(n)]=u_0[\mu_0]$$

- Simán változik a paraméter: $10^{-4}<\xi<10^{-1}$
- Ha nő a paraméter értéke ξ → nagyobb lesz az M_{max} és R_{max}
- Realisztikus csillagot kapunk
- Az R_c változtatása nem okoz jelentős változást



[Sz. Karsai, GGB, E. Forgács-Dajka: In prep]

Mekkora paramétereket ad a Kaluza–Klein téridő

- Kaluza–Klein csillag 1+3+1_c téridőben
  - Általánosított metrika:

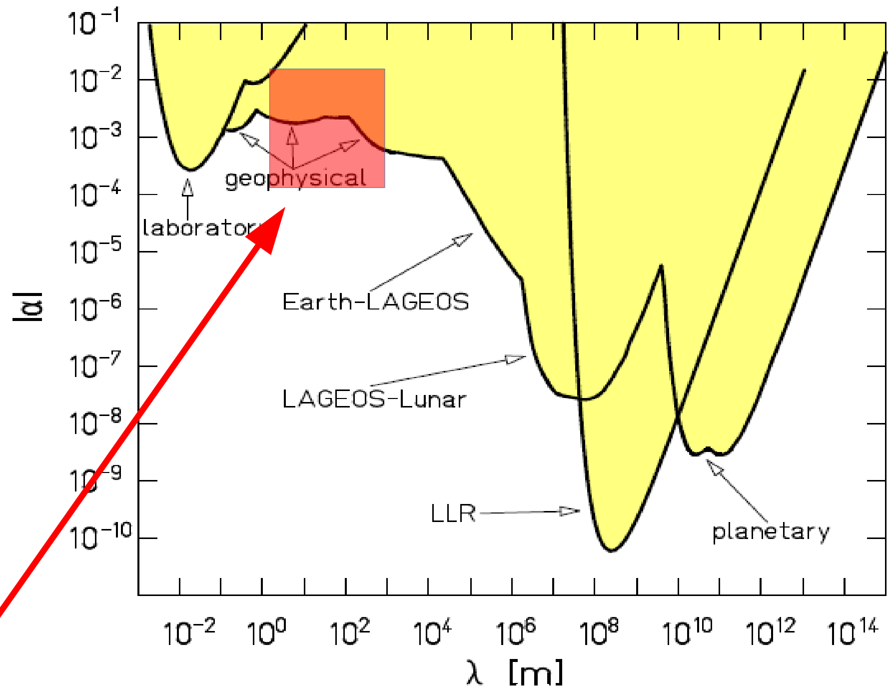
$$ds^2 = -\Phi^{2/3}(d\Psi + A_r dx^r)^2 + \Phi^{-1/3} g_{rs} dx^r dx^s$$

  - Lagrange függvény (Brans–Dicke):

$$\mathcal{L} = R^{(5)} = R^{(4)} + \frac{\Phi}{4} F^{rs} F_{rs} + \frac{g^{rs}}{6} \cdot \frac{\Phi_{,r} \Phi_{,s}}{\Phi^2}$$

  - Ennek a hatása → GR potenciál korrekciója

$$V(r) = -G_\infty \frac{m_1 m_2}{r} \left(1 + \alpha \cdot e^{-r/\lambda}\right)$$



Egyszerű modellkísérlet alapján paraméterek a KK

Mit tanultunk?

- **Kompakt csillag EoS FRG módszerrel**
  - Egy-fermion egy-bozon fermion gáz EoS, Yukawa csatolással
  - Mikroszkópikus szint (EoS, fázisok, kompresszibilitás): 10-25%
  - Makroszkópikus (asztrofizikai) szint (M,R,kompaktság): 5-10%
  - Mérésekkel majdnem ebben a tartományban: ~10% hiba

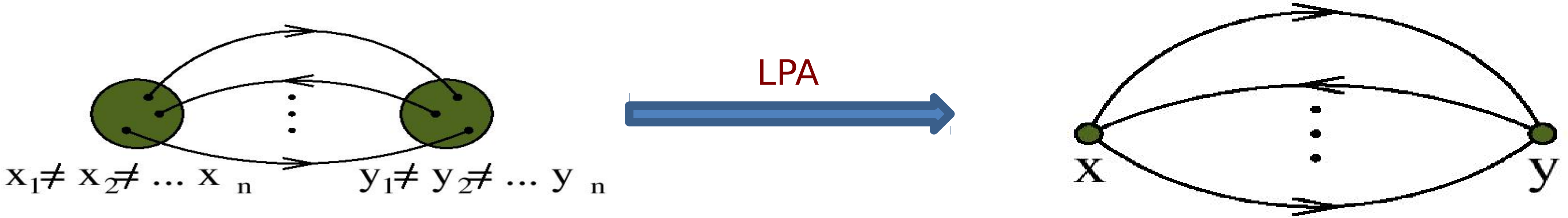
- **Kaluza-Klein csillagok vizsgálata**
  - Nem-Newtoni (NNi) gravitációelméletek tesztelése
  - Speciális esetben összekapcsolható a KK csillag és magfizikai EoS
  - Kölcsönhatással 2M csillag, nem zárják ki mérhető NNi paraméterek

BACKUP

Local Potential Approximation (LPA)

What does the ansatz exactly mean?

LPA is based on the assumption that the contribution of these two diagrams are close. *(momentum dependence of the vertices is suppressed)*



This implies the following ansatz for the effective action:

$$\Gamma_k\left[\psi\right] = \int d^4x \left[\frac{1}{2}\psi_i K_{k,ij}\psi_j + U_k\left(\psi\right)\right]$$

Interacting Fermi-gas at finite temperature

Ansatz for the effective action:

$$\boxed{\Gamma_k\,[\varphi,\psi] = \int d^4x \left[\bar{\psi}\,(i\partial\!\!\!/ - g\varphi)\,\psi + \frac{1}{2}\,(\partial_\mu\varphi)^2 - U_k(\varphi)\right]}$$

Wetterich -equation

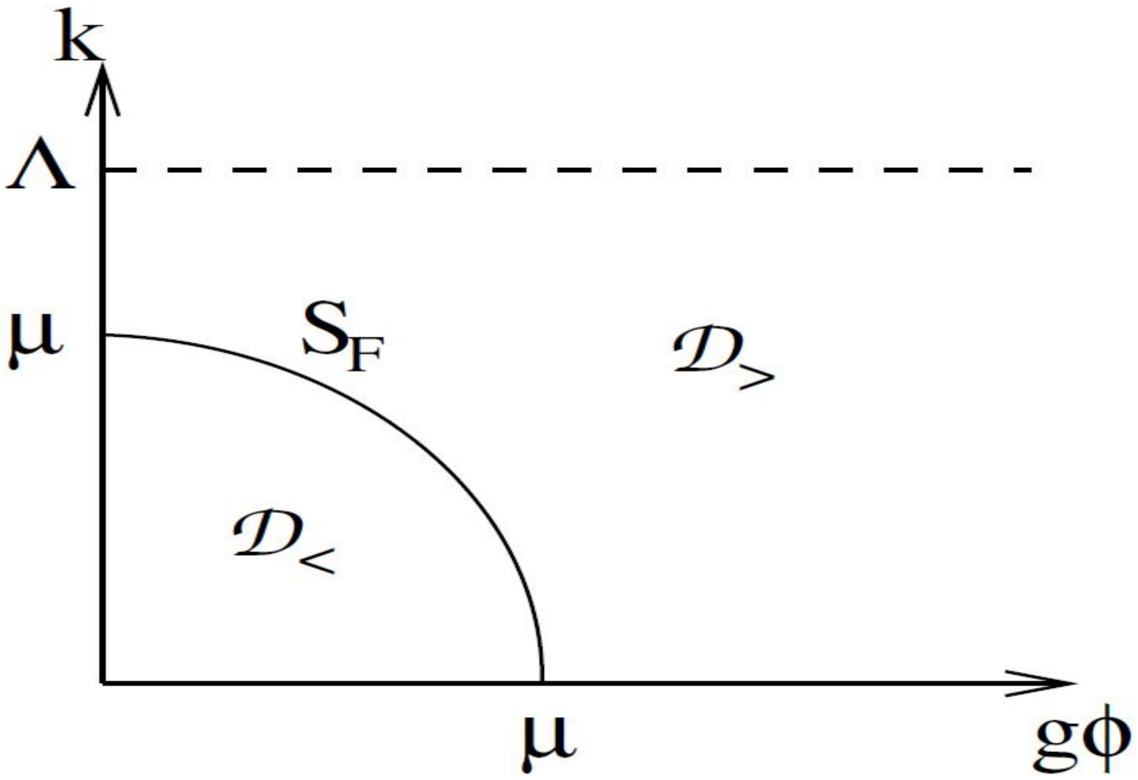
$$\partial_k U_k = \frac{k^4}{12\pi^2}\left[\underbrace{\frac{1+2n_B(\omega_B)}{\omega_B}}_{\textbf{Bosonic part}} + 4\underbrace{\frac{-1+n_F(\omega_F-\mu)+n_F(\omega_F+\mu)}{\omega_F}}_{\textbf{Fermionic part}}\right]$$

$$U_\Lambda(\varphi) = \frac{m_0^2}{2}\varphi^2 + \frac{\lambda_0}{24}\varphi^4 \qquad \omega_F^2 = k^2 + g^2\varphi^2 \qquad \omega_B^2 = k^2 + \partial_\varphi^2 U \qquad n_{B/F}(\omega) = \frac{1}{1\mp e^{-\beta\omega}}$$

Interacting Fermi-gas at zero temperature

T=0 , μ≠0 ⟹ $n_F(\omega) \rightarrow \Theta(-\omega)$

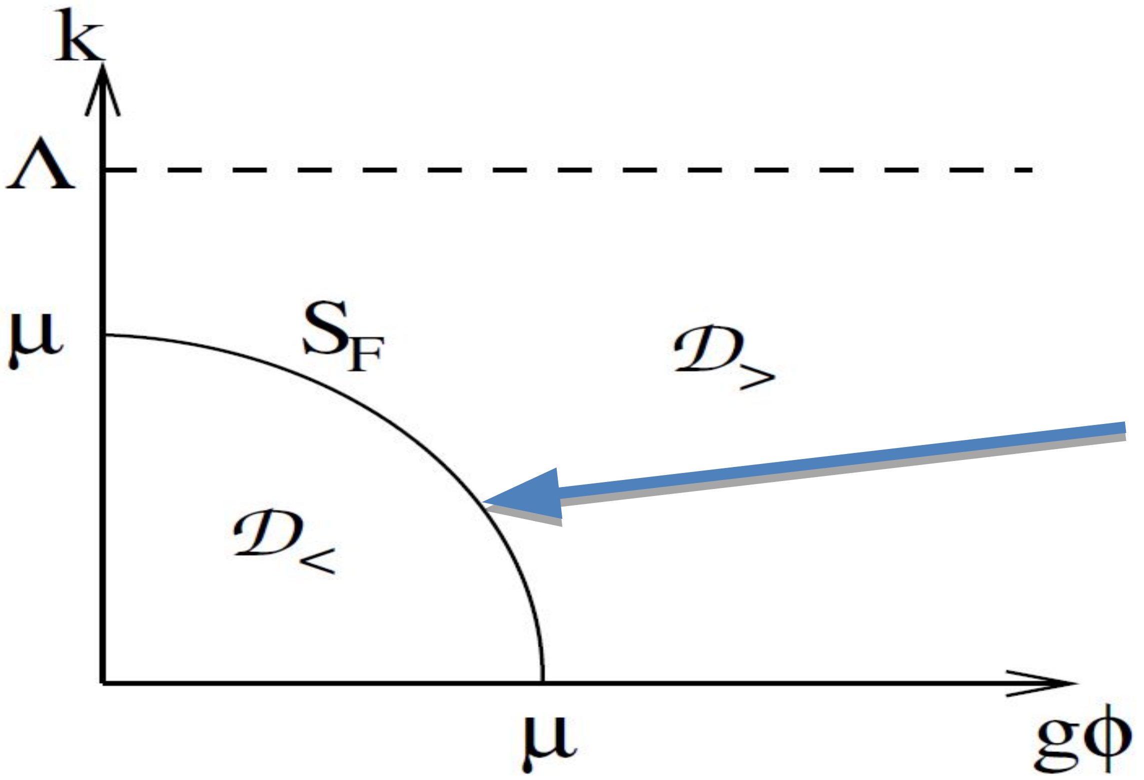
We have two equations for the two values of the step function each valid on different domain



Interacting Fermi-gas at zero temperature

T=0 , μ≠0 ⟹ $n_F(\omega) \rightarrow \Theta(-\omega)$

We have two equations for the two values of the step function each valid on different domain

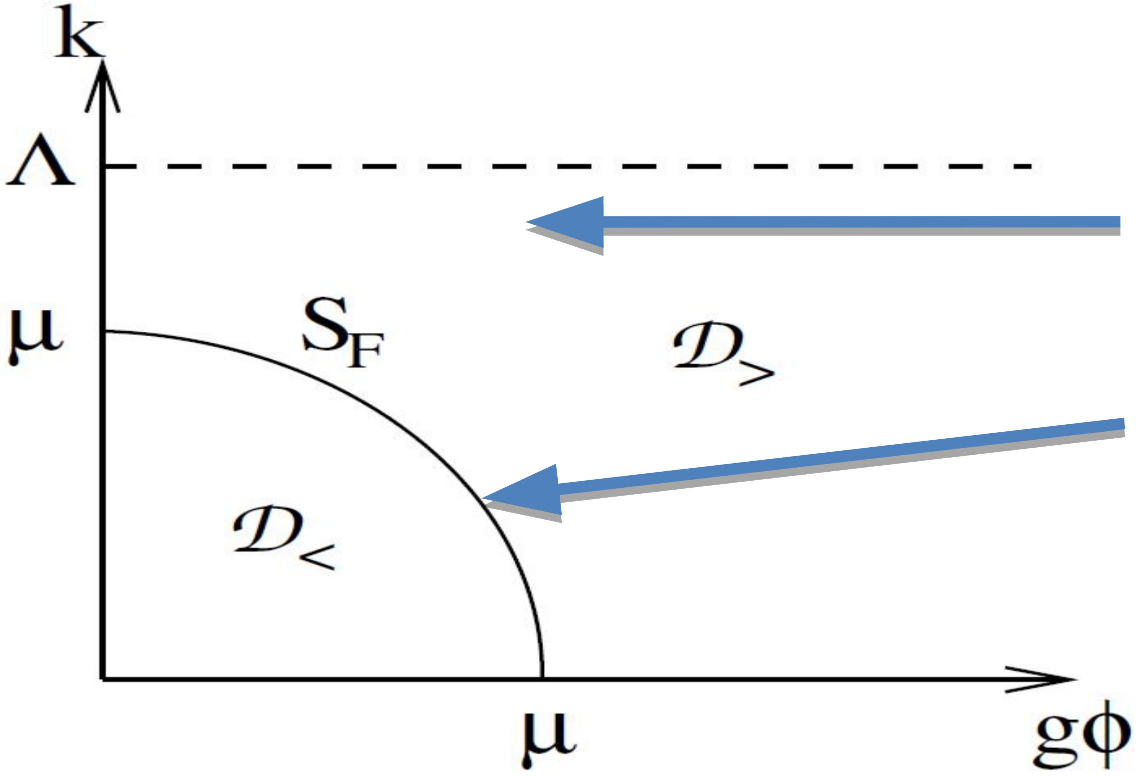


$k_F = \sqrt{\mu^2 - g^2\varphi^2}$; Fermi-surface

Interacting Fermi-gas at zero temperature

$T=0\ ,\ \mu\neq 0 \implies n_F(\omega) \to \Theta(-\omega)$

We have two equations for the two values of the step function each valid on different domain



$$\partial_k U_k = \frac{k^4}{12\pi^2}\left[\frac{1}{\omega_B} - \frac{4}{\omega_F}\right]$$

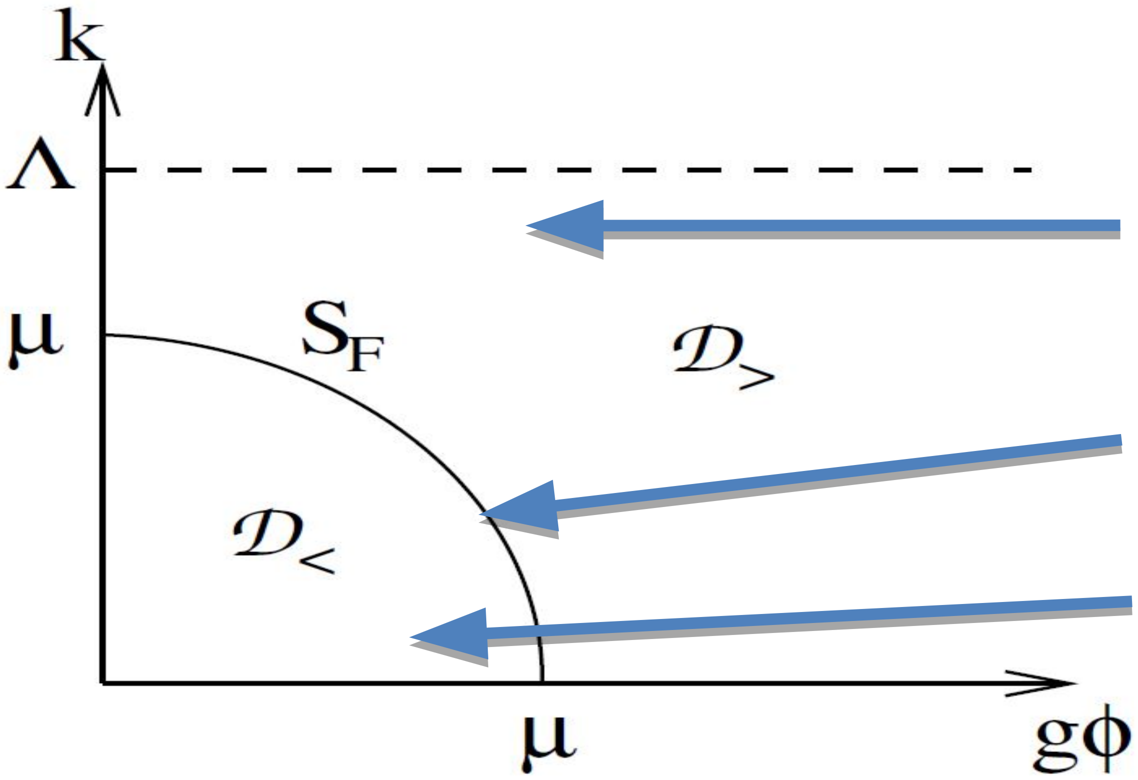
$$k_F = \sqrt{\mu^2 - g^2\varphi^2};$$

Fermi-surface

Interacting Fermi-gas at zero temperature

T=0 , μ≠0 $\Longrightarrow$ $n_F(\omega) \to \Theta(-\omega)$

We have two equations for the two values of the step function each valid on different domain



$$\partial_k U_k = \frac{k^4}{12\pi^2}\left[\frac{1}{\omega_B} - \frac{4}{\omega_F}\right]$$

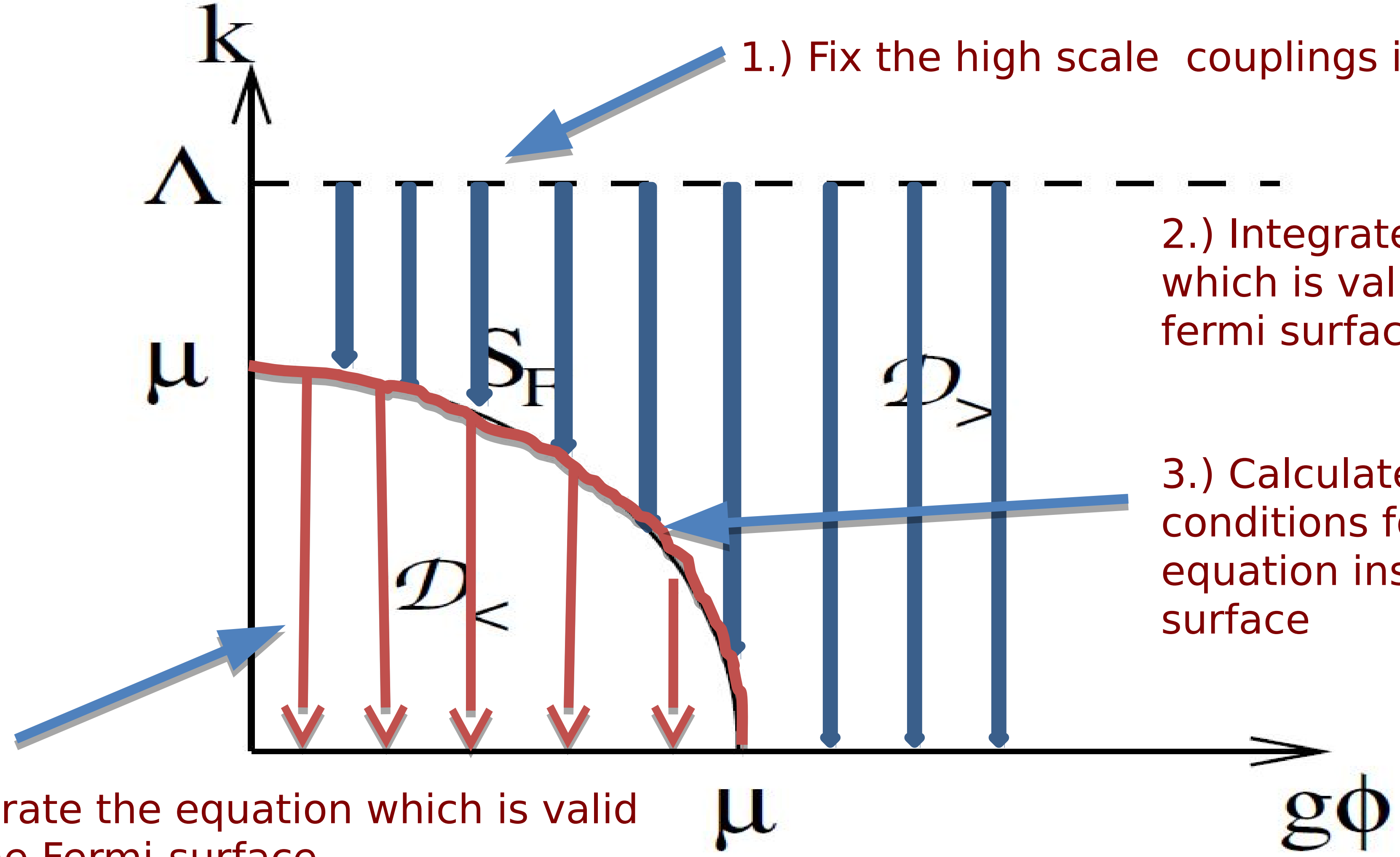
$$k_F = \sqrt{\mu^2 - g^2\varphi^2};$$

Fermi-surface

$$\partial_k U_k = \frac{k^4}{12\pi^2}\frac{1}{\omega_B}$$

Fermionic vacuum fluctuations and thermodynamic fluctuations cancel

Integration of the Wetterich-equaiton



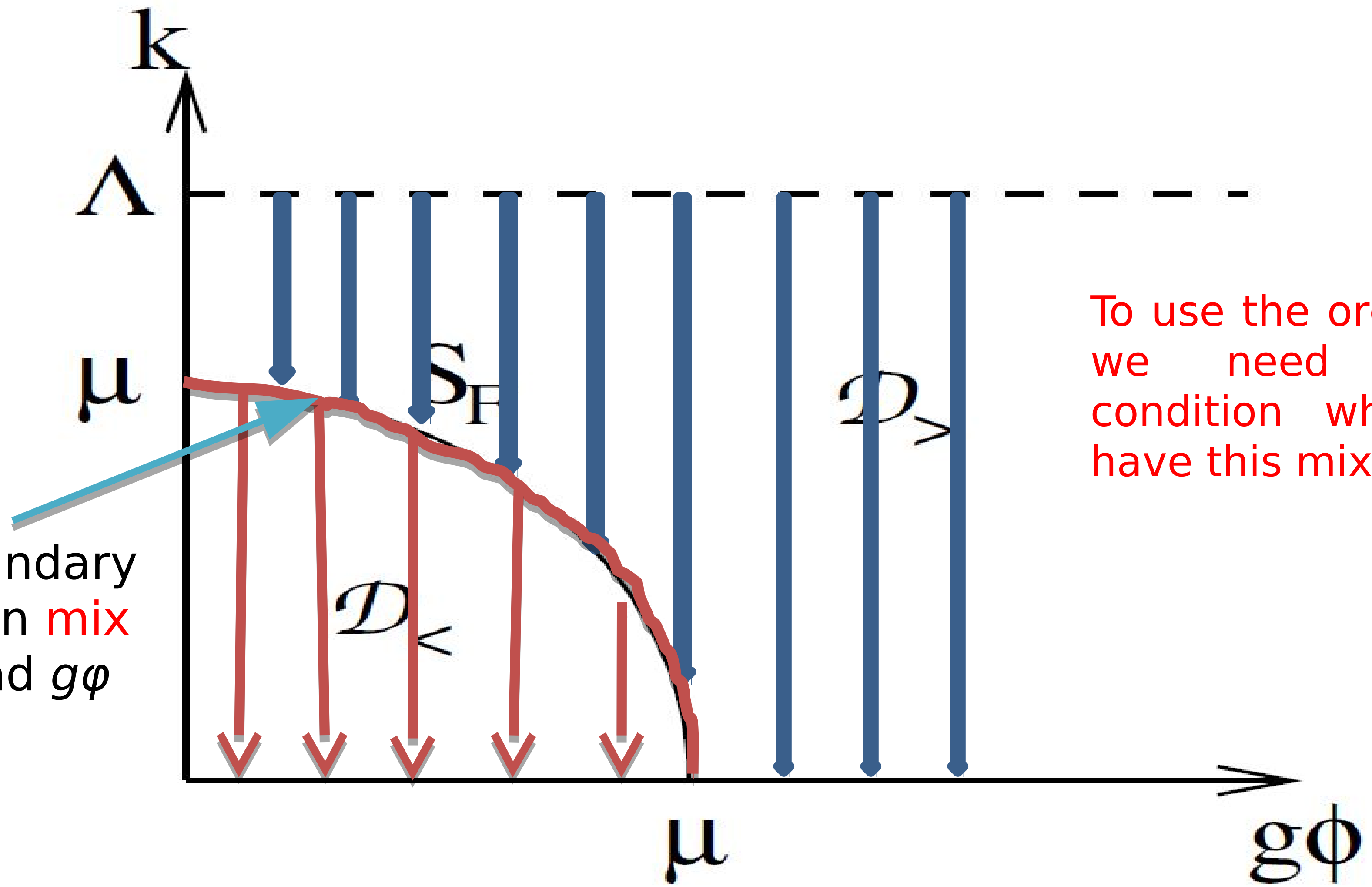
1.) Fix the high scale couplings in the theory

2.) Integrate the equation which is valid outside of the fermi surface

3.) Calculate the initial conditions for the other equation inside the fermi surface

4.) Integrate the equation which is valid below the Fermi-surface

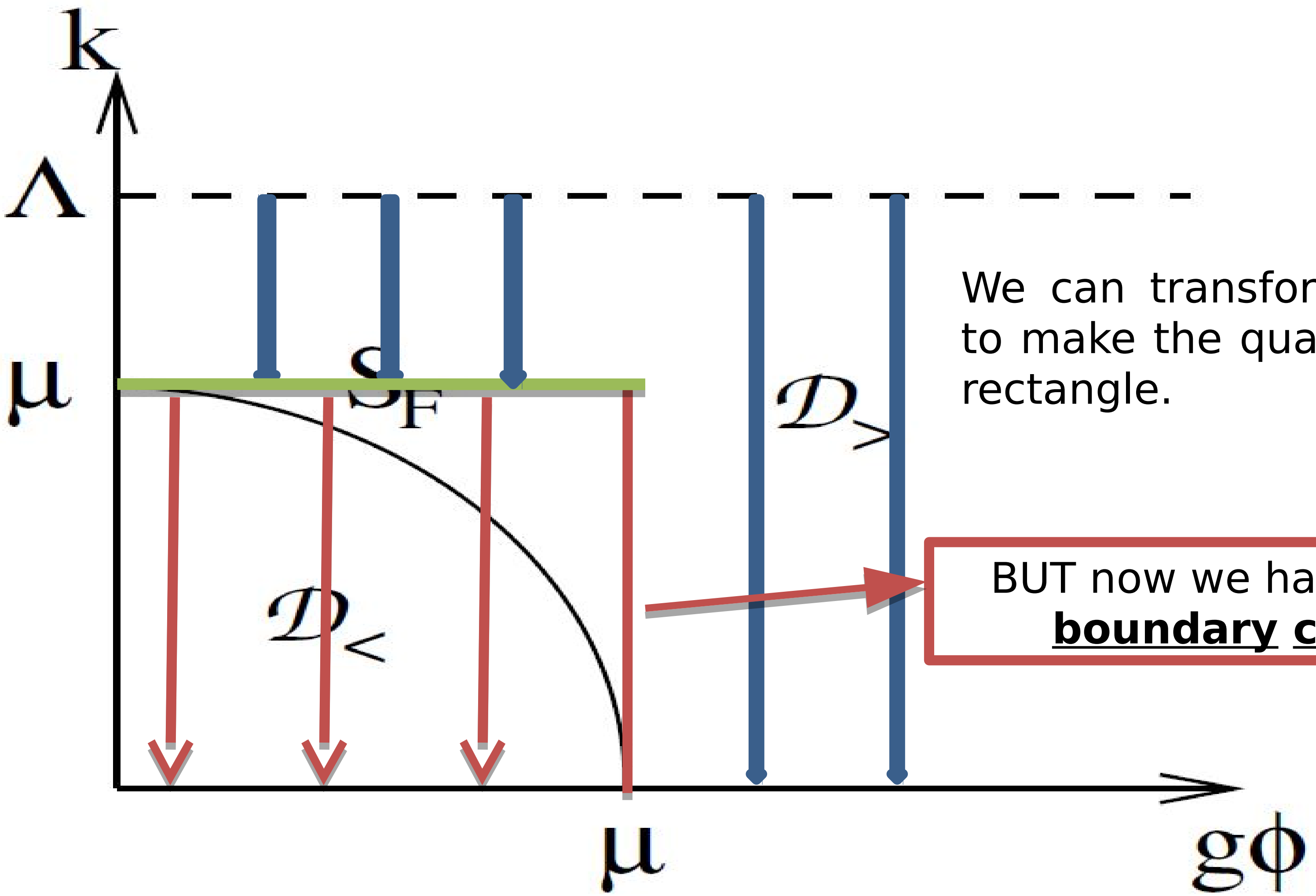
BUT…



The boundary condition mix the *k* and *gφ*

To use the orginal method we need an initial condition which do not have this mixing

Solution: Need to transform the variables

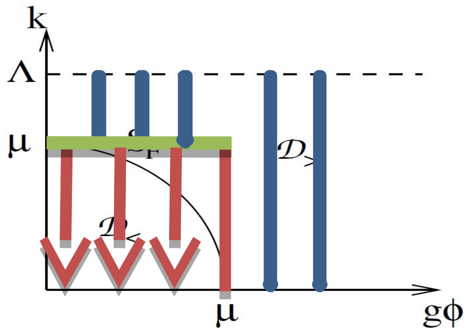


We can transform the variables to make the quarter circle into a rectangle.

BUT now we have a well defined **boundary condition** too!

Solution: Circle → Rectangle transformation

- Coordinate transformation is required with: $(k,\varphi) \mapsto (x,y)$
  - mapping the Fermi-surface to rectangle
  - Keep the symmetries of the diff. eq.
  - Circle-rectangle transformation: $x = \varphi_F(k), \quad y = \dfrac{\varphi}{x}$



- Transformation of the potential: $\tilde{U}(x,y) = V_0(x) + \tilde{u}(x,y)$

  with boundary condition at the Fermi-surface, V_0

- Transformed Wetterich-eq: $x\partial_x \tilde{u} = -xV_0' + y\partial_y \tilde{u} - \dfrac{g^2(kx)^3}{12\pi^2} \dfrac{1}{\sqrt{(kx)^2 + \partial_y^2 \tilde{u}}}.$

- and the new boundary conditions: $\tilde{u}(x=0,y) = \tilde{u}(x,y=\pm 1) = 0.$

Solution of transformed Wetterich by an orthogonal system

- Solution is expanded in an orthogonal basis to accommodate the strict boundary condition in the transformed area

$$\tilde{u}(x,y) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n(x) h_n(y) \qquad h_n(1) = 0 \qquad \int_0^1 dy\, h_n(y) h_m(y) = \delta_{nm}$$

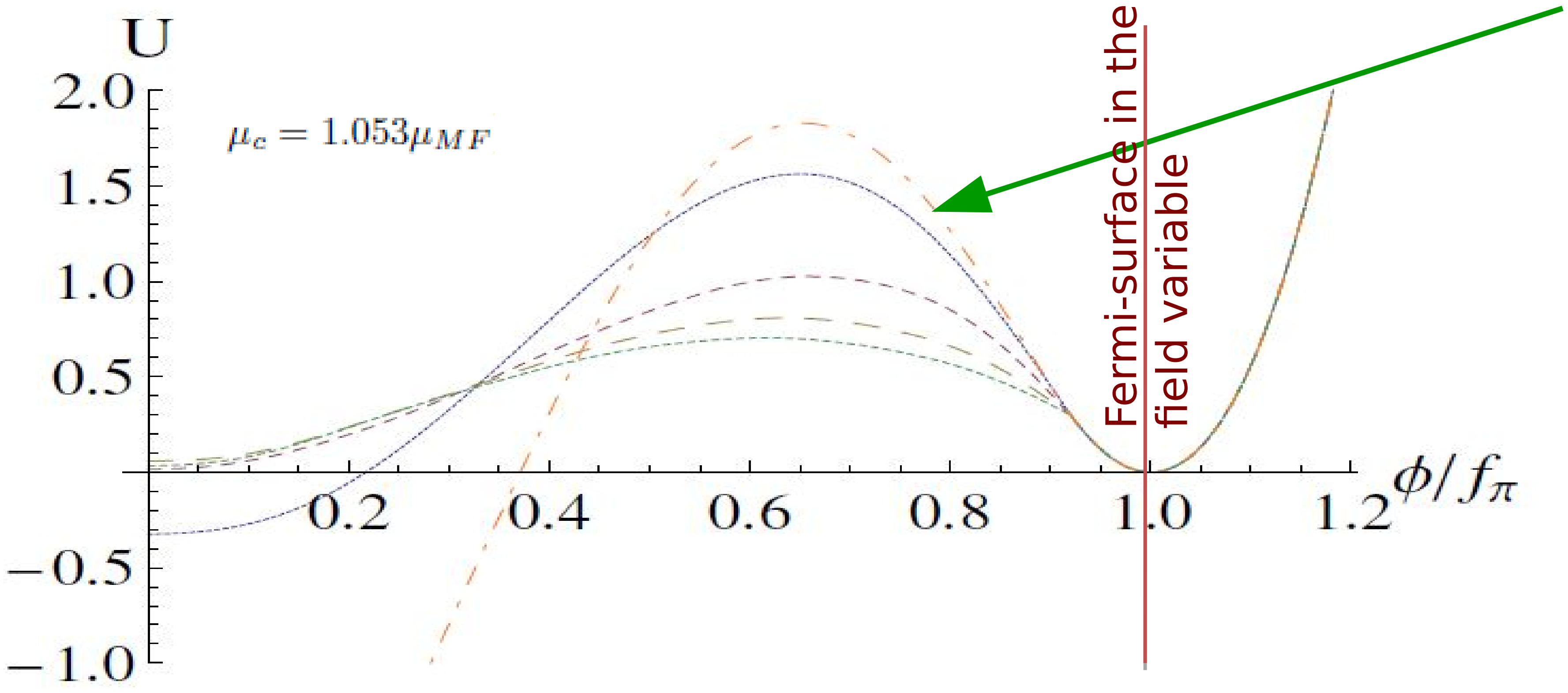
- The square root in the Wetterich-equation is also expanded:

$$x c_n'(x) = \int_0^1 dy\, h_n(y) \left[-x V_0' + y \partial_y \tilde{u} - \frac{g^2 (kx)^3}{12\pi^2} \underbrace{\sum_{p=0}^{\infty} \binom{-1/2}{p} \frac{(\partial_y^2 \tilde{u} - M^2)^p}{\omega^{2p+1}}}_{\text{Expanded square root}} \right]$$

Where: $\omega^2 = (kx)^2 + M^2$

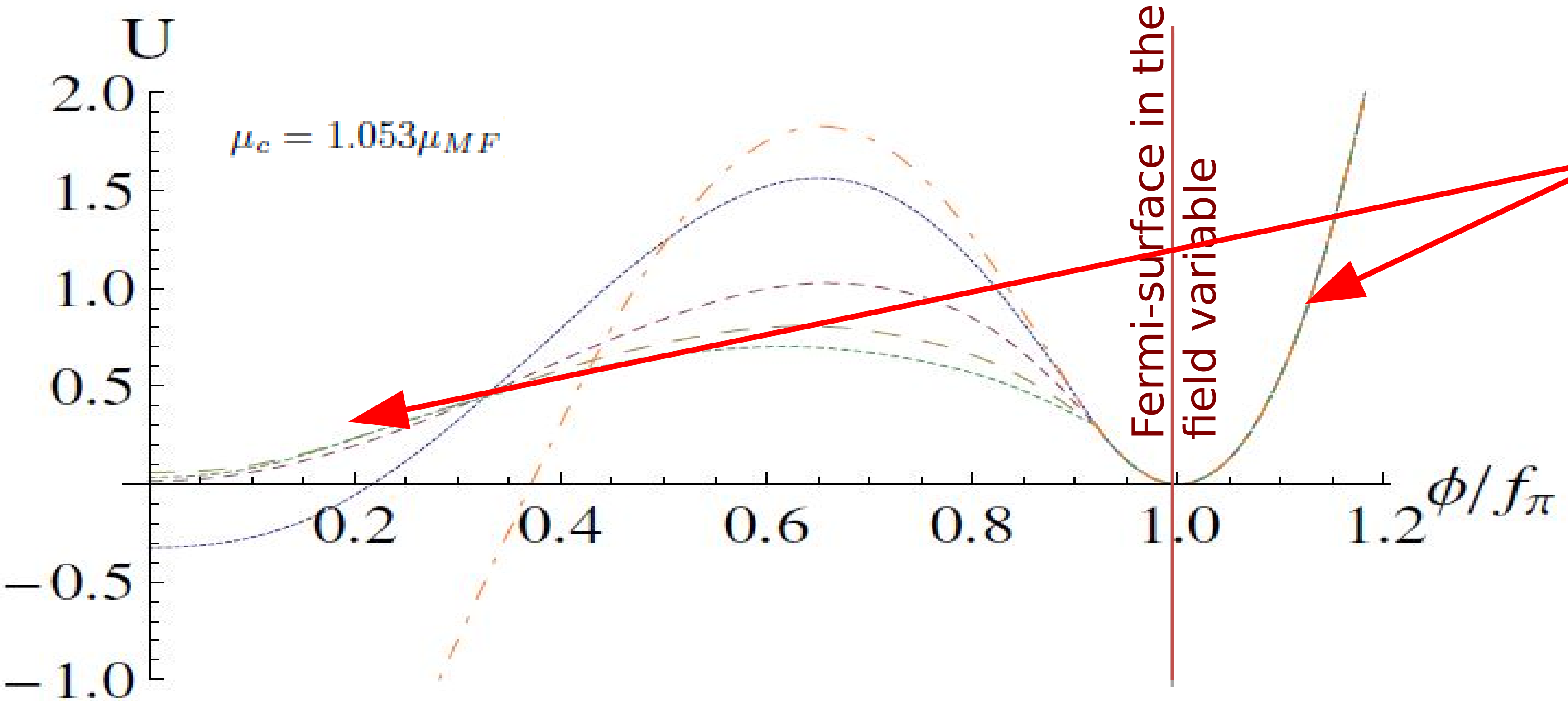
We use harmonic base: $h_n(y) = \sqrt{2} \cos q_n y, \quad q_n = (2n+1)\frac{\pi}{2}$

Result: The Effective Potential & Comparison



Potential in one-loop approximation

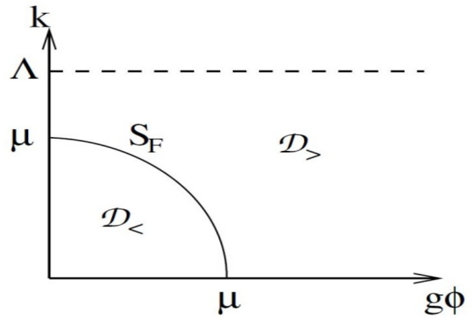
Result: The Effective Potential & Comparison



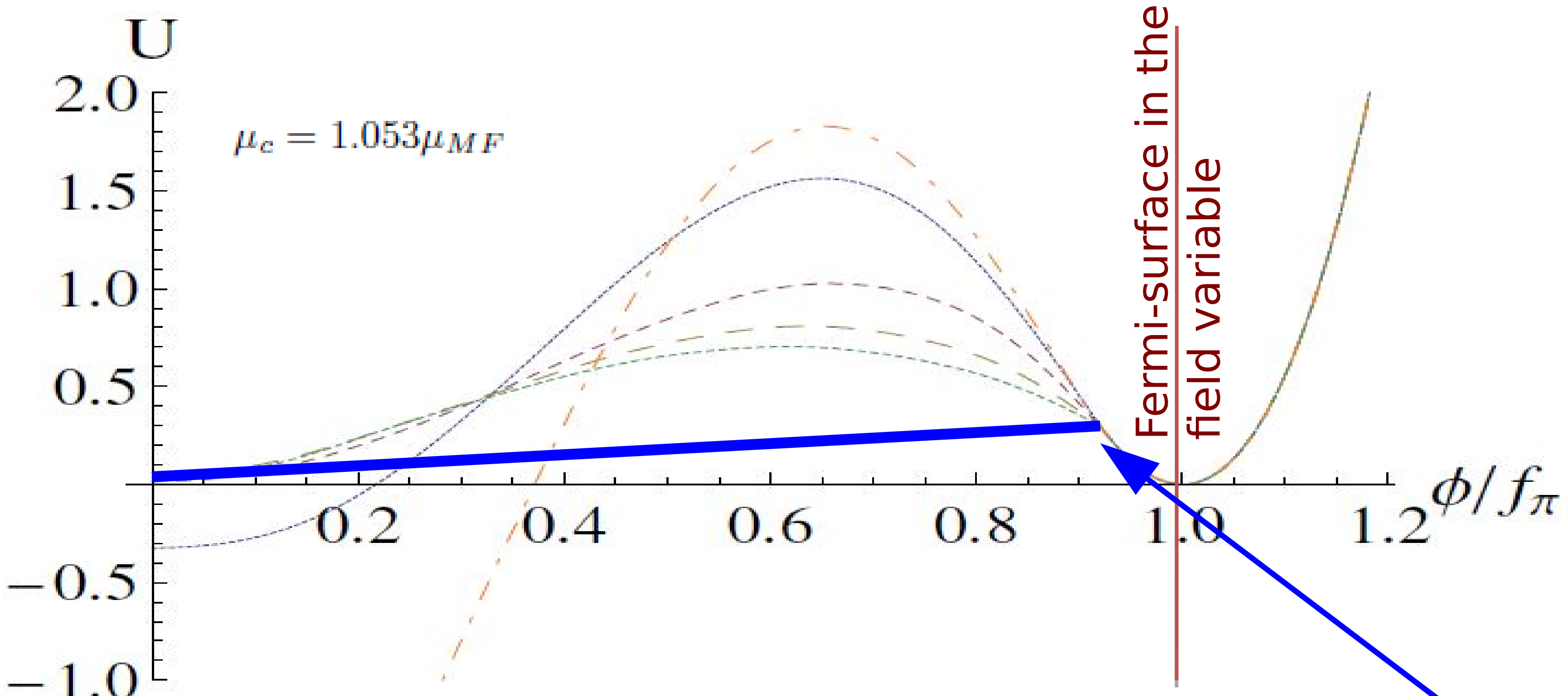
Potential in one-loop approximation

Higher orders of the Taylor-expansion for the square root converge fast where the potential is **convex**
→ **coarse grained action**

Solution changes only below Fermi-surface, since switch to another equation



Result: The Effective Potential & Comparison



Potential in one-loop approximation

Higher orders of the Taylor-expansion for the square root converge fast where the potential is **convex**
→ **coarse grained action**

In the **concave** part of the potential solution is slowly converges to a straight line, because the free energy (effective potential) must be convex from thermodynamical reasons
→ **Maxwell construction**